Controlo de Helicópteros de Aeromodelismo

Tiago Daniel Teixeira Rita

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Mecânica

Júri

Presidente:	Doutor João Rogério Caldas Pinto
Orientador:	Doutor Jorge Manuel Mateus Martins
Co-orientador:	Doutor José Manuel Gutierrez Sá da Costa
Vogal:	Doutora Alexandra Bento Moutinho

Novembro de 2009

Resumo

O controlo de helicópteros de modelismo é uma área que envolve conhecimentos em diversas áreas, como aerodinâmica, electrónica, sistemas de comunicação, teoria de controlo, sistemas de localização, entre outros. Nesta dissertação é efectuado um estudo sobre metodologias de controlo aplicadas a um helicóptero de modelismo.

Neste trabalho é apresentado o projecto de uma estrutura passiva, equilibrada graviticamente, utilizada como base de apoio para um helicóptero de modelismo, e que eventualmente pode ser adaptada para estudos noutras áreas. Um modelo de helicóptero da marca *Kalt Whisper* foi recuperado e procedeu-se a uma metodologia de controlo de altitude utilizando uma camara web. Criou-se também um sistema de comunicação rádio entre o computador e o transmissor do helicóptero, criando assim um posto de trabalho com margem de evolução no campo do controlo de voo no laboratório de Automação e Robótica do departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Superior Técnico.

Nesta dissertação são também comparados dois sistemas de controlo, PID e LQR, aplicados a um modelo de simulação do modo de voo pairado de um helicóptero *Yamaha RMAX* como complemento do trabalho físico efectuado no modelo *Kalt*. Os resultados obtidos são comparados verificando-se em ambos o sucesso em estabilizar a aeronave e controlar a trajectória da aeoronave dada uma determinada referência para baixas velocidades.

Palavras-chave: Helicóptero de modelismo, plataforma graviticamente equilibrada, seguimento de trajectórias, PID, LQR

Abstract

Model helicopter control is an area that requires knowledge of several thematics such as aerodynamics, electronics, communication systems, control theory, localization systems, etc. In this dissertation a study is made on control methods applied to a model scale helicopter.

This work presents the project of a passive structure, balanced by gravity, to be used as a support base to a model helicopter, and which eventually can be adapted to be used in studies on other subjects. A *Kalt Whisper* model was used, first being subjected to physical improvements so it could be operational and, secondly, an altitude control method was designed using a web camera. A communication system between the helicopter transmitter and a PC was also created, with that obtaining a workstation with room for improvement on the flight control area in the Laboratory of Automation and Robotics of the Mechanical Engineering department of Instituto Superior Técnico.

In this dissertation two control systems, PID and LQR, are also compared and applied to a dynamic model of a *Yamaha RMAX* helicopter's hover flight mode, in simulation, complementing the physical work performed on the *Kalt* model. The obtained results are compared, and both methods successfully control the airship trajectory given some reference to follow.

Keywords: Model helicopter, gravity balanced platform, trajectory tracking, PID, LQR

Agradecimentos

Durante o decorrer deste projecto foram várias as adversidades surgidas, umas facilmente ultrapassadas, outras contornadas com algum esforço. Expresso aqui os meus agradecimentos a todos aqueles que de uma forma ou de outra me ajudaram a vencer esses obstáculos.

Primeiramente gostaria de demonstrar o meu agradecimento aos coordenadores deste projecto, o Professor José Sá da Costa e em especial o Professor Jorge Martins pela orientação, compreensão e sugestões dadas ao longo do trabalho.

Em segundo lugar gostaria de agradecer a todos os meus colegas no IST, em específico os do laboratório de Controlo, Automação e Robótica, e a todos os meus amigos, por todas as sugestões, apoio e conselhos que se revelaram muito úteis e por toda a fé e motivação em mim depositada e que sem elas a realização deste trabalho ter-se-ia tornado bem mais dificil.

Ao sr. Raposeiro agradeço pela ajuda na construção da base de suporte projectada nesta dissertação.

Agradeço ao sr. José Costa e ao sr. José Tojeira pela disponibilização de um manual de instruções do helicóptero *Kalt Whisper* que se revelou essencial para a recuperação do estado da aeronave.

Por fim quero agradecer à minha família por todo o apoio, compreensão e paciência, assim como o apoio financeiro ao longo de todo o percurso escolar e académico.

ÍNDICE

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Abreviaturas

ACCAII – Área Científica de Controlo, Automação e Informática Industrial

ARE – Algebraic Riccati Equation

CICYT – Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnologia

CIFER – Comprehensive Identification FrEquency Responses

DCM – Direction Cosine Matrix

ELEVA - Exploração de Linhas Eléctricas usado Veículos Aéreos não-tripulados

GdL – Graus de Liberade

GPS – Global Positioning System

HH – Heading Hold

IAE – Integral Absolut Error

IMU – Inertial Measurement Unit

LED – Light-Emitting Diode

LiPo – Lithium Polimer

LQG – Linear Quadratic Gaussian

LQR – Linear Quadratic Regulator

LTI – Linear Time Invariant

MIMO – Multi Input Multi Output

MPC – Model Predictive Control

NiCad – Niquel Cádmio

NiMh – Niquel Metal Hydride

PID – Proporcional-Integrativo-Derivativo

PWM – Pulse-With Modulation

RC – Rádio Controlo

RGA – Relative Gain Array

SISO – Single Input Single Output

UAV – Unmanned Aerial Vehicle

USB – Universal Serial Bus

VTOL – Vertical Take-Off and Landing

Simbologia

Simbolo	Domínio	Unidade	Definição
ψ , θ , ϕ	$\Re$	º	ângulos *yaw, pitc*h e *roll*
μ	$\Re$	-	razão de avanço
Ψ	$\Re$	º	ângulo de Azimuth
{I}	-	-	Referêncial Inercial
{B}	-	-	Referêncial do Corpo
${}^{I}p_{B}$	$\Re^{3x1}$	m	posição do referêncial do corpo em relação ao inércial
${}^{I}R_{B}$	$\Re^{3x1}$	º	orientação do referêncial do corpo em relação ao inércial
λ	$\Re^{3x1}$	º	vector dos ângulos de Euler
v	$\Re^{3x1}$	m/s	vector de velocidade lineares
w	$\Re^{3x1}$	º/s	vector de velocidades ângulares
m	$\Re$	kg	massa
x, y, z	$\Re$	m	posições
u, v, w	$\Re$	m/s	velocidades lineares
p, q, r	$\Re$	º/s	velocidades angulares
X, Y, Z	$\Re$	N	Forças
L, M, N	$\Re$	N.m	Momentos
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	$\Re$	$kg.m^2$	Momentos de inércia
Q	$\Re$	N.m	Binário
T	$\Re$	N	Propulsão
r_{fb}	$\Re$	º/s	Realimentação do giroscópio
δ	$\Re^{4x1}$	-	Inputs de controlo (ver equação 3.18.)
K_p, K_I, K_D	$\Re$	-	Ganhos proporcional, integrativo e derivativo
J	$\Re$	-	Função de custo para o Regulador linerar quadrático
J(q)	$\Re^{6x6}$	-	Jacobiano
q_i	$\Re$	º	Variável de junta
l	$\Re$	m	comprimento
l_{ci}	$\Re$	m	Distância ao centro de massa
τ_i	$\Re$	N.m	Binário de junta
d_{ij}	$\Re^{3x3}$	$kg.m^2$	Elementos da matriz de inércia

Sobrescritos

$\dot{}$ - primeira derivada (velocidade)

I – referente ao referencial inércial

Subescritos

B – referencial do corpo

mr – rotor principal

tr – rotor de cauda

fus - fuselagem

tp – estabilizador horizontal

fn – estabilizador vertical de cauda

a – referente ao ciclico longitudinal

b - referente ao ciclico lateral

θMR - referente ao colectivo

θTR - referente ao leme

r - rotação

t – translação

Capítulo 1

Introdução

O fascínio do ser humano pelo céu e pelos objectos e seres vivos que o cruzam remonta ao início dos tempos. Muitos mitos da antiguidade possuem fatos relacionados com o vôo, como a lenda grega de Ícaro. Os primeiros planos de uma aparelho voador fabricado pelo homem são creditados a Leonardo Da Vinci, mas foi só em 1709 que Bartolomeu de Gusmão criou a primeira aeronave da história, predecessora do balão a ar quente, conhecida como *Passarola*. Os avanços tecnológicos desde então permitiram alcançar um domínio aéreo nunca até então imaginado. O aparecimento da aeronáutica veio assim ampliar as perspectivas de transporte no mundo.

Ao mesmo nível do sonho de voar, o Homem tem vindo desde muito cedo a tentar criar máquinas capazes de efectuar tarefas de uma forma autónoma. A aliança entre a robótica e a aeronáutica veio criar um novo ramo da robótica móvel e oferecer vantagens em aplicações militares, procura e salvamento, reconhecimento, combate a incêndios, verificação de cabos de alta tensão [Barrientos *et al*, 2001], etc.

As primeiras aeronaves autónomas não tripuladas, ou UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) ,surgiram nos anos 60 em missões militares de reconhecimento de areas inimigas ([Bo & Miranda, 2004]). Inicialmente estas aplicações eram baseadas em aviões de asa fixa, mas eventualmente foram introduzidos os veículos de aterragem e descolagem vertical (*VTOL – Vertical Take Off and Landing*). Os helicópteros e dirigíveis possuem as vantagens que o voo pairado oferece, sendo ideais para aplicações em que é necessária uma maior precisão que a que os aviões permitem. Os helicópteros possuem certas características específicas que os tornam uma melhor opção do que os dirigiveis em algumas aplicações, já que podem voar a uma maior gama de velocidades, são ágeis, menos susceptíveis a perturbações como o vento, e permitem transportar cargas mais pesadas tendo em conta o seu tamanho e peso. No entanto, os helicópteros são inerentemente instáveis, não-lineares e de dinâmica variável [Castillo, 2005].

O maior desafio na concepção de um veículo aéreo autónomo deste tipo é o projecto de um sistema que realize com autonomia o controlo da sua atitude e trajectória. Nesse sentido, o projecto inclui vários campos, desde teoria de sistemas de controlo, instrumentação, navegação, electrónica, processamento de sinais e, em alguns casos, processamento de imagem [Watanabe *et al*, 2007]. Neste ambito existem vários projectos desenvolvidos por universidades e empresas até à data. A figura 1.1 apresenta alguns destes, nomeadamente o AVATAR (a), da universidade do Sul da Califórnia (EUA), o projecto CARCARAH [Martins A., 2008] (b), desenvolvido na Universidade de Brasília, o Colibri (c), da Universidade de Chiba (Colômbia) e o AHP (d), da Universidade Carnegie Mellow (EUA).

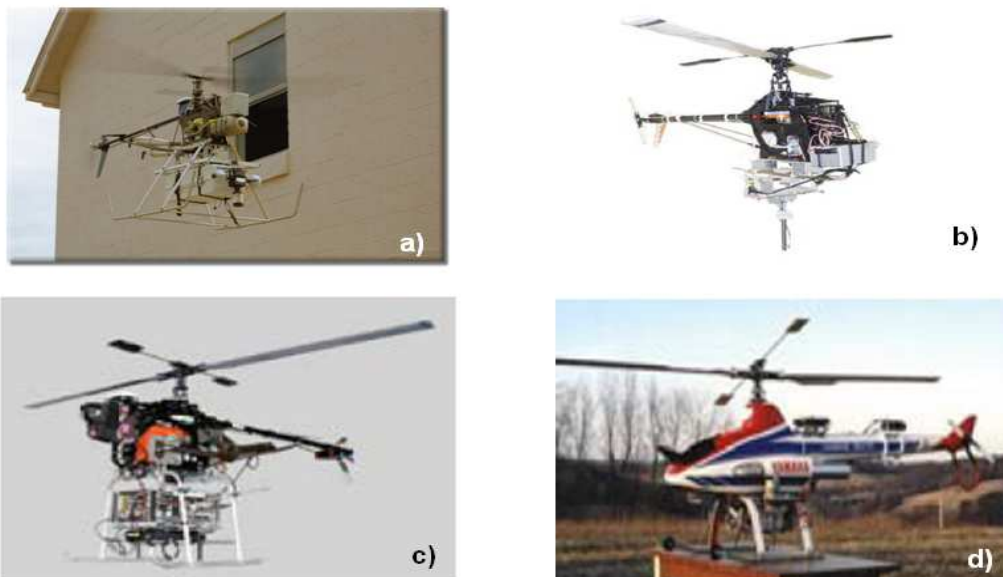



Figura 1.1 Projectos de UAV: a) AVATAR; b)CARCARAH; c)Colibri; d) AHP

Nesta dissertação são abordados dois helicópteros de modelismo diferentes: o *Kalt Whisper*, um modelo de meados dos anos 80, pioneiro no campo do aeromodelismo eléctrico, é utilizado na prática; o modelo *Yamaha RMAX* é utilizado em simulação com o objectivo de dar a entender aspectos não abordados na parte prática. Estes modelos estão representados na figura 1.2.

Figura 1.2 Modelo *Kalt Whisper*(esquerda) e modelo *Yamaha RMAX* (direita)

1.1 Controlo de helicópteros de modelismo

O projecto de controladores para helicópteros é um desafio bastante grande devido às várias dificuldades a ele inerentes [Valavanis et al, 2007]. Entre elas se destaca o elevado acoplamento entre os modos do aeromodelo, a não-linearidade dos modelos que os torna apenas válidos para certas condições de voo (voo pairado e deslocações a baixas velocidades por exemplo), a instabilidade em anel aberto e a dificuldade em obter modelos precisos

relacionada com as metodologias e processos de identificação de sistemas que resultam em modelos com elevada incerteza de parâmetros. Para além destes contam-se também com fortes perturbações em forma de vibrações e ruído, assim como efeitos do vento, escoamento do ar em torno do helicóptero e flexibilidade da estrutura que constitui o veículo. Os helicópteros de modelismo são considerados sistemas subactuados e não-holonómicos, como refere [Mettler et al, 2000], e de controlo difícil devido aos efeitos giroscópicos (ver capítulo 2). Têm também uma capacidade de carga restrita, limitações de energia (baterias) e poder computacional on-board limitado. Como tal, é da maior importância projectar e implementar controladores de baixo nível mas suficientemente eficientes para garantir um desempenho estável e robusto dentro de um determinado perfil de operação. A figura 1.3. demonstra como esse controlo de baixo nível é aplicado, recebendo como referência as coordenadas enviadas por um sistema de nível mais alto, como o caso de tarefas de seguimento de objectos e desvio de obstáculos. Também importante é o sistema de navegação que deve enviar informação precisa sobre a localização e orientação do helicóptero para o sistema de controlo [Martins, 2008].

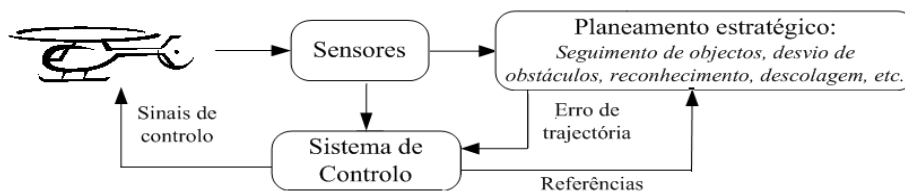



Figura 1.3. Sistema de controlo hierárquico num UAV

1.2 Metodologias de controlo

Muitos trabalhos utilizam um único controlador baseado num modelo aerodinâmico do helicóptero. A vantagem principal deste método reside no facto de que à medida que o modelo se aproxima da dinâmica real do helicóptero, incluindo, por exemplo, os acoplamentos entre as diversas variáveis ou as fontes de ruído, melhor será o controlador ([Martins,2008]). No entanto, como discutido no capítulo 3, a dinâmica dos helicópteros revela-se bastante complicada pelo que geralmente os trabalhos que seguem esta metodologia usam um modelo linear aproximado para um determinado modo de voo (voo pairado, voo a baixa velocidade, etc.).

Para obter esse modelo são usadas técnicas de identificação do tipo caixa-cinzenta. Um modelo analítico é previamente levantado baseado em leis físicas em que, além da dinâmica de corpo rígido, também são consideradas dinâmicas complexas do rotor como batimento das pás resultando em modelos altamente não-lineares. A identificação dos parâmetros destes modelos pode ser feita adquirindo dados de voo, pilotado por um especialista, variando-se as entradas próximo às condições do modo de voo de interesse. Em [Morris *et al*, 1994], [Kim & Tilbury, 1997] e [Kim & Shim, 2003] é feita uma identificação no domínio do tempo recorrendo ao método

da minimização do erro de predição (PEM) em que se pretende minimizar o erro quadrático entre o valor previsto e os dados obtidos. Estes trabalhos relatam no entanto dificuldades na identificação, relativas à obtenção dos dados, sensibilidade aos parâmetros iniciais supostos, entre outras.

Outros métodos de identificação foram usados por exemplo em [Mettler, Tischler & Kanade, 1999]. Neste caso é usado um método de identificação no domínio da frequência recorrendo à ferramenta de análise CIFER® (*Comprehensive Identification from Frequency Responses*) desenvolvida pela NASA.

Para o controlo propriamente dito, grande parte dos trabalhos usa teorias de controlo linear, pois permitem determinar medidas exactas de desempenho em anel fechado, como a estabilidade e a robustez ([Martins, 2008]). Estas técnicas assumem que o modelo é linear, o que é válido apenas para um determinado ponto de operação. Quando se pretendem usar vários modos de voo alguns trabalhos usam técnicas de controlo não-lineares como [Vilchis et al, 2003] e [Kim & Tilbury, 1997], ou então são usados diversos modelos e seus controladores para cada modo de voo sendo estes seleccionados tendo em conta por exemplo a velocidade pretendida para o helicóptero (*gain scheduling*) [Valavanis et al, 2007]. No entanto, esta técnica está sujeita a problemas de sensibilidade na transição dos modelos que pode não ser suave.

As técnicas PID para controlo de forma decacoplada SISO são um método muito utilizado pois apresentam-se como uma estrutura simples e de baixa carga computacional [DeBitetto & Sanders, 1998], [Roberts, 2007]. Por outro lado não fornecem uma forma sistemática de ter em conta as incertezas, perturbações e saturações, e possui meios limitados de aliviar o acoplamento entre os canais de controlo.

Técnicas de controlo mais avançadas podem ser usadas como controlo MIMO óptimo recorrendo ao LQR (Regulador Linear Quadrático). Em [Molenaar, 2007] o LQR é usado para estabilizar o helicóptero em voo pairado, actuando sobre os angulos de atitude do aparelho. Outras técnicas de controlo são utilizadas para prover o helicóptero com um sistema de seguimento de referências de trajectória. Desde já se refere que esta metodologia de controlo em cascata é bastante recorrente nos trabalhos de controlo e estabilização de helicópteros. [Qing *et al*, 2007] e [Ishutkina, 2004] utilizam também LQR no contro de atitude de um modelo didático de helicóptero com 3 graus de liberdade denominado Quanser®. [Valavanis *et al*, 2007] compara também os resultados de um controlador LQR/LQG com PID's SISO. Estes resultados são também comparados com os obtidos por controladores baseados em lógica Fuzzy, cujo método é também abordado em [Castillo *et al*, 2005].

[Balderud, 2002] refere que o LQG sofre da falta de capacidade de lidar com restrições de saturação e decide utilizar MPC (Controlo por Modelo Preditivo) para ultrapassar esse problema e demonstrar que esta técnica de controlo é vantajosa apesar da sua carga computacional ser

mais elevada que as anteriores técnicas de controlo referidas e de exigir mais tempo no desenvolvimento.

Técnicas de controlo robusto são abordadas em [Kureemun *et al*, 2005] e [Kim, Chang & Lee, 2004] onde controladores H^{∞} provam as suas vantagens ao lidar com as incertezas do modelo do helicóptero.

1.2.1 Controlo em cascata

Nesta dissertação, o sistema de controlo desenvolvido em simulação é decomposto em 2 níveis. O anel interno é responsável pelo controlo da atitude e o anel exterior recebe como referência as trajectórias ou velocidades pretendidas, produzindo à saída os sinais de referência do anel interior. A escolha desta metodologia é justificada pelo facto dos 6 graus de liberdade do helicóptero não serem independentemente controláveis pelos 5 comandos de actuadores. As variáveis de atitude como os ângulos *roll* e *pitch* estão relacionados directamente com as velocidades lateral e longitudinal, respectivamente.

[Valavanis *et al*, 2007] relata que um dos principais objectivos do controlador interno é fornecer um desacoplamento adequado de forma a que os controladores mais externos possam controlar cada variável independentemente. Dependendo do grau de acoplamento, determinado através de uma métrica de dominância diagonal, o sistema de controlo pode ser constituído por simples controladores SISO, caso em que a dominância diagonal é inferior a 1. O sistema de controlo desacoplado pode ser esquematizado como mostra a figura 1.4.

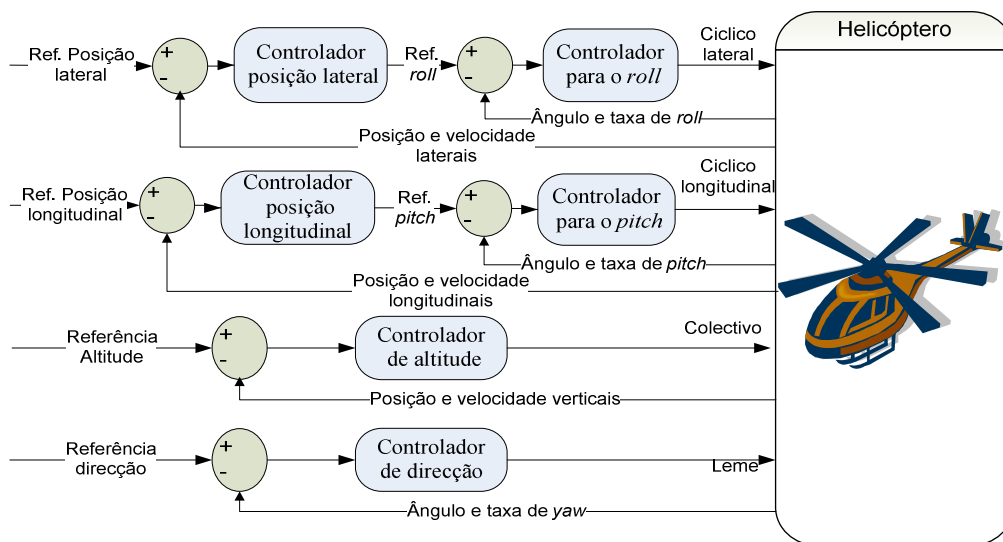



Figura 1.4 Controlo em cascata desacoplado

1.2.2 Controlo de velocidade do rotor

O controlo do rotor é uma tarefa muito importante no desempenho do helicóptero. Como referido no capitulo 2, os helicópteros de modelismo típicos têm um canal específico para o controlo da potência a fornecer ao motor, independente dos restantes 4 canais normais de controlo do cíclico, do passo colectivo e da direcção. No entanto a maioria dos trabalhos supõe um modelo de helicóptero em que apenas existem 4 entradas, correspondentes aos controlos de atitude referidos anteriormente. Estes modelos supõem que o controlo de velocidade do rotor é feito por um regulador de velocidade incorporado no helicóptero ou então que a correcta programação das curvas de aceleração e de passo estão implementadas, no rádio transmissor, ou noutro tipo de software de comunicação com o helicóptero.

Em [Martins, 2008], por exemplo, é usado um sensor óptico de velocidade e um micro controlador que ajuda a garantir a velocidade constante do rotor do helicóptero.

No presente trabalho, porém, a ausência de um medidor de velocidade implica uma maior dificuldade no ajuste da curva de aceleração e de passo traduzindo-se numa afinação por tentativa e erro até se obter um comportamento aceitável do controlo do helicóptero.

1.2.3 Medição de pose e velocidade

Para fechar o anel de controlo é necessário ter métodos de medição dos estados do helicóptero. A maioria dos trabalhos baseia-se em sistemas de posicionamento e orientação compostos por sensores inérciais e GPS. Em [Amidi, 1996], por exemplo, é usado um sistema composto por GPS, bússola, laser de medição de altitude e um sistema de visão *onboard*. Alguns dos sensores são redundantes, permitindo assim, através de filtros, corrigir erros de desvio e filtrar o ruído. Em [Špinka, Kroupa & Hanzálek, 2007] e [Kim, Chang & Lee, 2004] é usado um sistema composto por um sensor IMU (*Inertial Measurement Unit*) que mede taxas de rotação nos eixos de orientação, e acelerómetros que medem as acelerações lineares, juntamente com um GPS que fornece as medidas de localização no espaço. Estes sistemas implicam normalmente alguma capacidade de processamento computacional *onboard* de forma a enviar, via rádio, os sinais para um computador fixo que trata dos cálculos de controlo. Há também a desvantagem de, em laboratório não ser possivel utilizar o sinal dos sistemas de posicionamento global.

Alguns trabalhos evitam a utilização de componentes caros como são os sensores inérciais e os GPS e utilizam sistemas de visão baseados em camaras externas que identificam determinados alvos no helicóptero e usam processamento de imagem para determinar a pose da aeronave. Em [Watanabe *et al*. 2007] é usado este método para a estabilização em voo pairado de um micro-helicóptero.

1.3 Objectivos

Esta dissertação foca-se no estudo e desenvolvimento de um sistema de controlo de voo para helicópteros de modelismo disponíveis comercialmente. São utilizados conhecimentos adquiridos ao longo do curso, para projectar uma plataforma experimental que permita testar técnicas de controlo no Laboratório de Automação e Robótica do Departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Superior Técnico. Pretende-se também, recorrendo ao auxílio de *software* de simulação, analisar e comparar técnicas de controlo lineares como PID e LQR testando a aplicabilidade destas ferramentas em sistemas deste tipo.

Estes revelam ser passos essenciais para preparar futuros trabalhos mais complexos como o estudo de vibrações nas pás de um helicóptero durante o voo.

1.4 Contribuições

As contribuições mais significativas deste trabalho foram as seguintes:

- Elaboração de uma plataforma com 6 graus de liberdade para estudos relativos a helicópteros de modelismo. A plataforma foi projectada para possuir o mínimo de inércia possível e ser equilibrada pela gravidade quando não lhe está associado o peso do helicóptero.
- Recuperação das funcionalidades de um helicóptero de modelismo permitindo alargar o número de equipamentos pedagógicos existentes no laboratório de robótica.
- Elaboração de um sistema de controlo de altitude para o helicóptero recorrendo a uma camara web.
- Desenvolvimento de um sistema de comunicação entre um computador e o helicóptero através do *Simulink*, aproveitando as funcionalidades do transmissor *Futaba T7C*.
- Desenvolvimento de um sistema de controlo em simulação de um modelo do helicóptero *Yamaha RMAX* , para o modo de voo pairado, proposto por [Mettler,2002], comparando dois tipos de controlo, PID e LQR.
- Criação de um sistema de controlo para um micro-helicóptero

1.5 Organização

Este trabalho encontra-se dividido em 7 capítulos principais. No Capítulo 1 é feita uma introdução sobre os objectivos propostos para esta dissertação. O Capítulo 2 apresenta os conceitos mais importantes e úteis relaccionados com os helicópteros de aeromodelismo. No Capítulo 3 é apresentada a derivação do modelo dinâmico de um helicóptero, em especial para o modo de voo pairado, no qual é concentrado este trabalho. O Capítulo 4 concentra-se no

desenvolvimento da plataforma, neste capítulo é também feita uma abordagem a alguns dos projectos efectuados mais recentemente nesta área. No Capítulo 5 é apresentada a implementação em simulação das metodologias de controlo propostas e seus resultados. No capítulo 6 é feita uma descrição do trabalho efectuado no helicóptero disponível no laboratório. Finalmente, o Capítulo 7 foca-se nas conclusões desta dissertação e apresenta propostas de trabalho futuro.

Capítulo 2

Helicópteros de Aeromodelismo Eléctricos

2.1 Introdução

Os helicópteros controlados por rádio comando (RC) têm vindo a tornar-se mais disponíveis e mais fáceis de controlar. Apesar de tudo, para o iniciante no aeromodelismo a aprendizagem neste campo exige um compromisso de tempo significativo. Os helicópteros RC são dinamicamente instáveis e requerem algum tempo para desenvolver um bom sentido de balanço e orientação, assim como tempo para construir e consertar alguns problemas que possam surgir. A queda durante um voo pode levar a custos de reparação elevados. Conseguir o primeiro voo pairado leva algum tempo, mesmo com todos os ajustes necessários aquando da montagem do helicóptero e calibração de todos os componentes.

Cada canal no transmissor controla uma acção no helicóptero RC. O número de canais determina quantas funções independentes podem ser controladas. As principais funções são:

- ✓ ***Throttle* ou aceleração do motor**: controla a tensão fornecida ao motor.
- ✓ **Rotor de cauda**: permite direccionar o helicóptero para a direita/esquerda em torno do eixo do rotor principal. O ângulo de rotação em torno do eixo vertical é denominado por *yaw* (ψ) (ver secção 3.1.)
- ✓ **Passo Cíclico Longitudinal (*Elevator*)**: varia o ângulo do rotor principal para inclinar o helicóptero para a frente ou para trás. Este ângulo é denominado por *pitch* (θ) (ver secção 3.1.).
- ✓ **Passo Cíclico Lateral (*Aileron*)**: varia o ângulo do rotor principal modo a rodar o helicóptero para a direita ou esquerda em torno do eixo da cauda. O ângulo de inclinação neste eixo é denominado de *roll* (ϕ) (ver secção 3.1.)
- ✓ **Passo Colectivo:** varia o ângulo de ataque das pás fazendo o helicóptero subir ou descer (apenas em helicópteros de passo colectivo).
- ✓ **Ajustes no giroscópio**

A figura 2.1 apresenta os movimentos que o helicóptero executa quando se controla cada um dos canais e a figura 2.2 esquematiza as ligações a cada um dos servos que controlam estes movimentos. Os servos são os aparelhos de controlo remoto que actuam sobre os sistemas mecânicos que permitem o helicóptero executar cada movimento. Os servos de rádio controlo são compostos por um motor DC ligado a um potenciómetro. Sinais PWM (*Pulse-width modulation*) enviados ao servo são traduzidos em comandos de posição através de um sistema

electrónico no interior do servo. Quando se ordena o servo para rodar, o motor DC é ligado até que o potenciómetro atinja o valor correspondente à posição comandada.

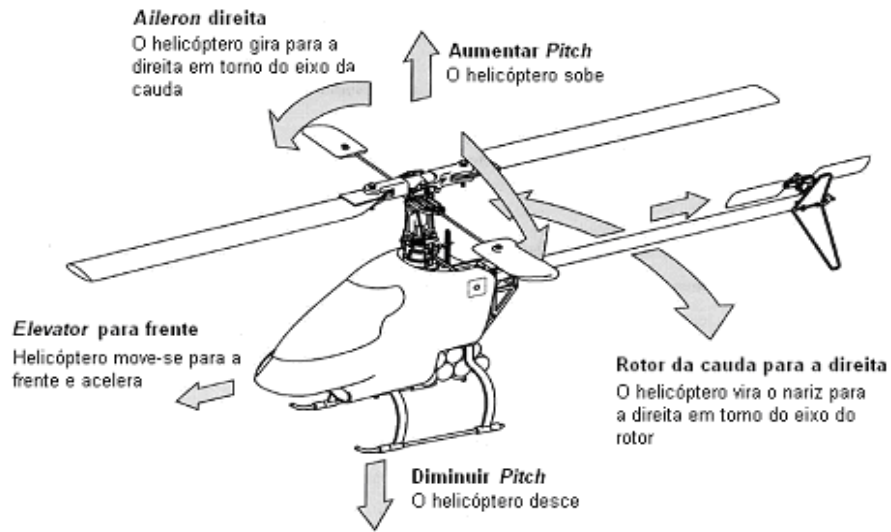



Figura 2.1 Movimentos num helicóptero

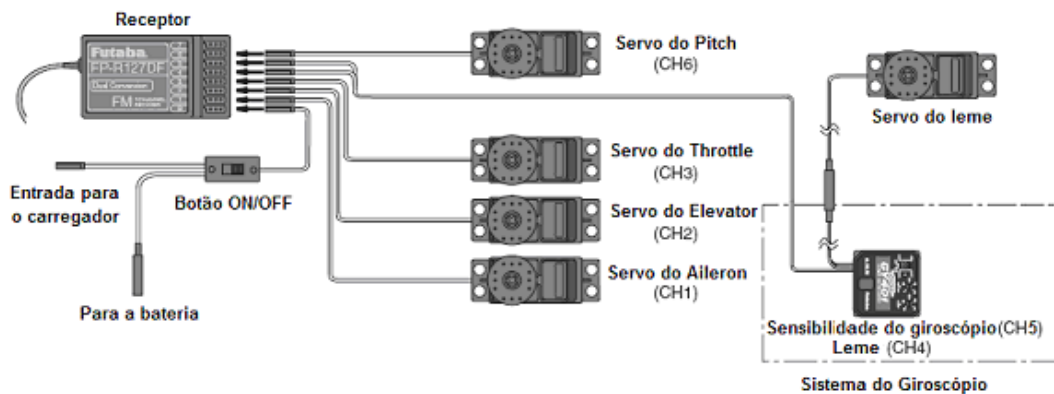



Figura 2.2 Esquema típico de ligação dos servos ao receptor de sinais

2.2 Classificação dos helicópteros

Existem essencialmente 3 grupos de helicópteros eléctricos, os **coaxiais** (figura 2.3), os de **passo fixo (*fixed pitch*)** e os de **passo colectivo (*collective pitch*)[1].** Dentro do grupo dos helicópteros coaxiais estes também podem ser de passo fixo ou de passo colectivo. Neste ponto serão discutidas as principais diferenças entres estes.

A maioria dos helicópteros segue a regra convencional de ter um rotor principal e outro para a cauda, mas alguns têm um conjunto de dois rotores principais sem rotor da cauda. Estes são os helicópteros coaxiais, ou de contra-rotação. Os dois rotores giram em direcções opostas

[1] *http://www.heliguy.com/*

e deste modo cancelam o binário um do outro pelo que o rotor da cauda não é necessário neste caso. É um sistema muito usado em micro-helicópteros, bastante mais pequenos e leves.

Figura 2.3 Helicóptero Coaxial

No que diz respeito às diferenças relativas aos helicópteros de passo fixo e de passo colectivo deve ter-se em conta o conceito de passo, ou *pitch* das pás (diferenciar do ângulo *pitch* referente à inclinação longitudinal do helicóptero). Este refere-se ao ângulo de ataque das pás do rotor principal. Os helicópteros geram sustentação fazendo as pás girar. Com um helicóptero de passo fixo quando o rotor gira mais rápido mais sustentação é gerada e deste modo o helicóptero sobe, e se a velocidade das pás diminui este desce. Nos helicópteros de passo colectivo, o ângulo das pás torna-se um factor a ter em conta na equação da sustentação. Logo, para uma rotação constante a sustentação pode ser variada alterando o ângulo das pás (figura 2.4).

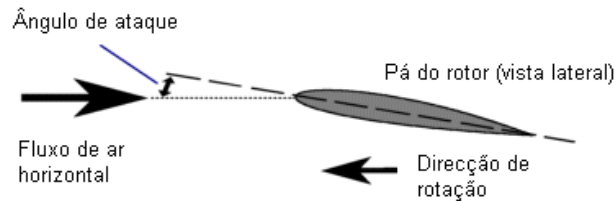



Figura 2.4 Representação do ângulo de ataque da pá

Um helicóptero de passo colectivo (ver figura 2.5) responde melhor, é mais ágil e tem um voo mais suave. Têm também mais partes móveis o que significa que se danificam mais facilmente e exigem mais manutenção.

Com um helicóptero de passo fixo (ver figura 2.5) a sustentação apenas é controlada alterando a velocidade de rotação. Então, para passar do voo pairado para a subida da aeronave é necessário acelerar o rotor. Devido à inércia das pás deve-se aumentar o binário que está a ser transmitido ao rotor principal. A desvantagem deste tipo de controlo é que os motores não aceleram instantaneamente quando lhe é dada a ordem de controlo. A massa das pás do rotor e do próprio mecanismo do rotor agravam este problema já que o motor tem de vencer a inércia de modo a aumentar a velocidade de rotação. Isto traduz-se num atraso entre a ordem dada e a reacção do helicóptero.

A alteração na velocidade do rotor também implica uma alteração na velocidade do rotor da cauda, já que normalmente o mesmo motor alimenta ambos. Quando se passa do voo pairado para uma subida, o aumento inicial do binário no rotor principal exige mais potência do rotor da cauda e, logo, maior terá de ser o ângulo das pás da cauda. À medida que a velocidade de rotação aumenta, o binário do motor diminui e as rotações extra tornam o rotor da cauda mais eficaz, e então é necessário que o ângulo seja reduzido. Assim sendo, a transição do voo pairado para a subida é acompanhada de uma oscilação numa direcção e depois na direcção oposta.

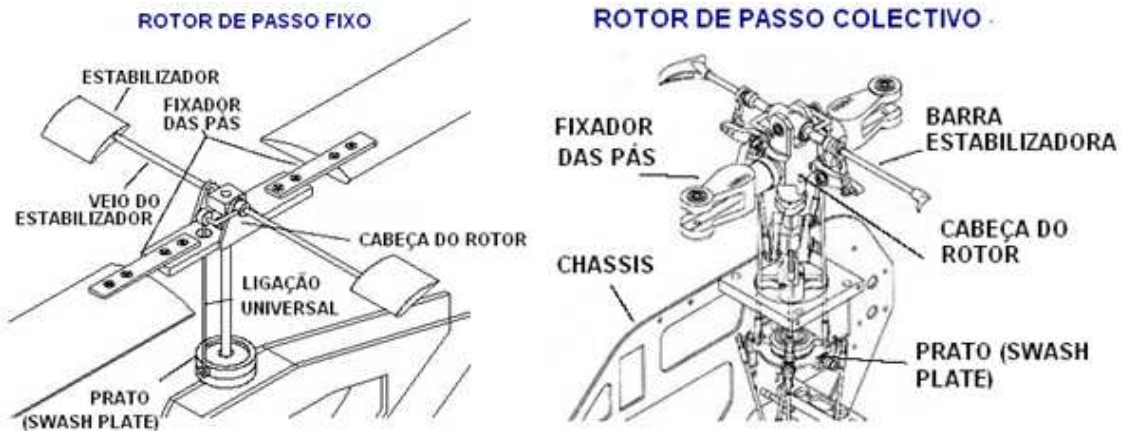



Figura 2.5 Esquematização de um rotor de passo fixo e de um rotor de passo colectivo[2]

Outra das desvantagens do helicóptero de passo fixo é que normalmente não possui auto-rotação, ou seja, se o motor tiver algum problema e falhar, o helicóptero cai, enquanto que nos helicópteros de passo colectivo existe o efeito da **auto-rotação**. Se o motor de um helicóptero falha durante o voo, ou quando isto é simulado colocando o helicóptero em *throtlle hold* (uma opção de alguns rádios que permite colocar o motor ao ralenti), é possível planar o helicóptero até ao chão em segurança. À medida que o helicóptero desce, o vento escoa para cima através do disco formado pelo rotor. Quando o ângulo de ataque está definido para um valor baixo ou negativo, o ar que flui para cima mantém as pás a rodar. Quando se chega perto do chão aumenta-se o passo colectivo para aumentar a sustentação e a inércia mantém velocidade suficiente para executar uma aterragem controlada. Com o sistema de passo colectivo é possível alterar o ângulo de ataque das pás do rotor enquanto a velocidade do motor se mantém mais ou menos a mesma. Voltando ao exemplo do voo pairado, neste caso, quando se quer ganhar altitude, aumenta-se o ângulo das pás do rotor principal e este começa a subir quase sem atraso na resposta. É criada sustentação extra enquanto que a aceleração é controlada de modo a fornecer apenas a quantidade necessária de binário extra para compensar

[2] *http://www.electric-rc-helicopter.com/article/fixed_collective_pitch.php*

esta sustentação adicional. Haverá ainda a necessidade de aumentar o ângulo de ataque das pás do rotor da cauda para compensar o binário extra do motor[3].

2.3 O aerofólio ou perfil de asa

Para algo voar é sempre necessário que a quantidade de sustentação produzida seja maior que a força gravítica. Tanto as aves como os aviões e os helicópteros usam os chamados aerofólios para poderem voar. O aerofólio é a forma de uma asa quando vista de lado e cria sustentação através da produção de pressão mais baixa no topo da asa do que em baixo. A baixa pressão no topo da asa cria um efeito de sucção que a puxa para cima. A figura 2.6 ilustra a diferença de pressão no perfil de asa sujeito a um escoamento horizontal (a) e as forças aerodinâmicas que actuam numa asa (b).

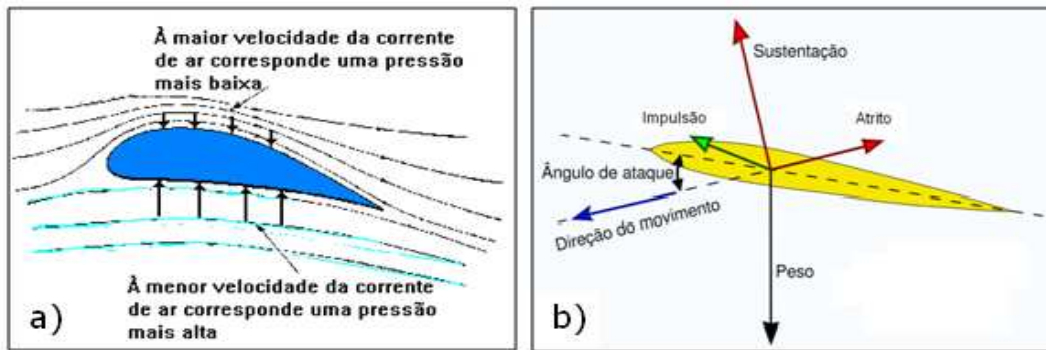



Figura 2.6 a) Diferença de pressão; b) forças aerodinâmicas[4]

O ângulo de ataque pode ser definido como o ângulo formado pela corda da pá (segmento de recta que une o bordo de ataque ao bordo de fuga da pá) e a direcção do seu movimento relativa ao ar, ou melhor, ao vento aparente. No caso do helicóptero, as asas correspondem às pás do rotor, daí se afirmar que o helicóptero é uma aeronave de asa rotativa. À medida que as pás do rotor se movem através do ar é produzida baixa pressão no topo das pás sendo estas puxadas para cima. Quanto mais rápido o ar escoa sobre a asa maior será a sustentação. No entanto existem outras forças como o atrito e a turbulência que limitam a velocidade do ar sobre uma asa e consequentemente a quantidade de sustentação produzida.

O ângulo de ataque das pás de um helicóptero é importante na relação que tem com a sustentação do aparelho pelo que é útil poder definir os ângulos de ataque para um determinado tipo de voo. Esta definição pode ser feita usando um medido de ângulos como o representado na figura 2.7.

---

[3] Adaptado *de http://www.rchelibase.com*
[4] *http://pt.wikipedia.org/wiki/Aerofólio*

A razão porque se utilizam aerofólios e não uma pá rectangular simples é a de que a sustentação criada nesta última não seria suficiente para vencer o atrito e a turbulência que seriam mais elevados.

Figura 2.7 Pá de helicóptero e de um medidor de ângulos medindo +13º

2.4 Controlo da direcção

A rotação do rotor principal de um helicóptero provoca, para além da força de sustentação, um binário que força a fuselagem a rodar no sentido oposto ao do rotor principal. Este movimento é indesejado e para ser corrigido é usado um outro rotor colocado na cauda do helicóptero. A rotação deste provoca uma força que compensa o binário do rotor principal. O ângulo das pás do rotor traseiro pode também ser alterado de modo a permitir que o helicóptero tenha um movimento de rotação sempre que desejado. O rotor traseiro age então como leme (figura 2.8).

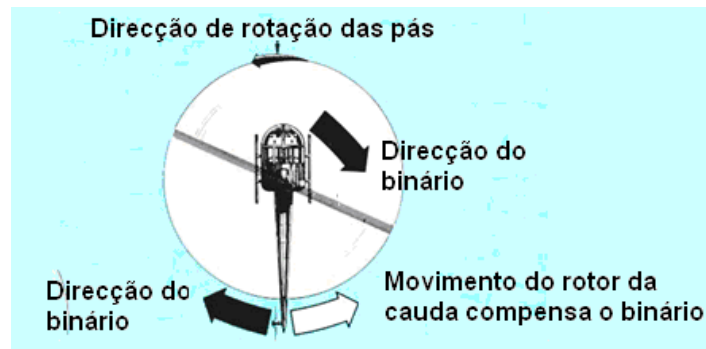



Figura 2.8 Binário provocado pelo rotor principal e compensação pelo rotor da cauda

2.5 O giroscópio

O giroscópio é um aparelho essencial no controlo de um helicóptero. Este é posicionado de forma a sentir movimentos súbitos da cauda e actua sobre o canal do leme de forma a compensar esses movimentos. O giroscópio impede assim que o helicóptero se comporte como um pião. É possível controlar o movimento da cauda sem um giroscópio mas é extremamente difícil fazê-lo. Existem vários tipos de giroscópios, entre eles os mais importantes são os

mecânicos e os piezoeléctricos. A figura 2.9 mostra como exemplo um giroscópio e um servo digital.

Figura 2.9 Giroscópio (Futaba GY 401) e servo digital de alta velocidade (Futaba S2954)

Para actuar sobre o leme o giroscópio necessita de ter incorporado um método para medir a taxa de variação do *yaw* do helicóptero, ou seja, precisa de medir acelerações súbitas em torno do eixo vertical de forma a poder contra-balançá-las aplicando impulsos correctivos no servo do leme. Independentemente do tipo de giroscópio, o seu funcionamento pode ser resumido da forma representada na figura 2.10.

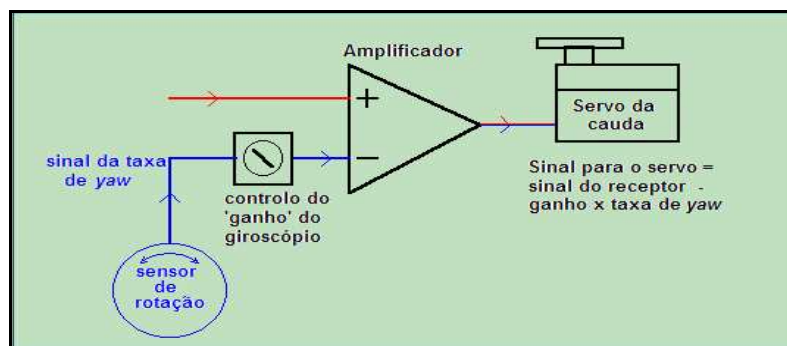



Figura 2.10 Sistema típico do giroscópio do rotor da cauda

A partir da figura 2.10 entende-se como o sistema do giroscópio fornece o amortecimento necessário ao *yaw* do helicóptero. Assumindo que o sistema na figura está manter lo *yaw* a zero. Se, por exemplo, uma rajada de vento perturba este balanço e o helicóptero começa a girar sobre si, o sensor de rotação detecta este movimento e produz uma saída proporcional à xa de variação desse ângulo. Esta saída passa através do controlo de 'ganho' até ao amplificador e por sua vez ao servo da cauda. Assim, o ângulo das pás do rotor da cauda é alterado de forma a ser gerada uma força oposta à que causou a perturbação no equilíbrio do *yaw*. Deve ter-se em atenção se a direcção do sinal do sensor de rotação está correcta. Se esta estiver invertida, quando o helicóptero recebe uma perturbação que o faz girar para a esquerda a tendência do giroscópio será aplicar um movimento nas pás do rotor da cauda fazendo-o girar mais para a esquerda, e deste modo o helicóptero tenderá a descontrolar-se rodando sobre si próprio. A maioria dos giroscópios tem um controlo de sensibilidade que pode ser alterado manualmente ou através do rádio transmissor. Calibrar o giroscópio correctamente contribui bastante para o seu desempenho. Os giroscópios são também sensíveis à vibração e

devem ser montados num local próximo do veio do rotor e onde tenha a menor vibração possível.

Giroscópios mecânicos: Este tipo de giroscópio é o mais antigo e actualmente está a cair em desuso. Consiste em duas rodas volantes (*flywheels*) ligadas em cada lado do motor do giroscópio, daí o ruído característico deste aparelho. A figura 2.11 representa o seu mecanismo de funcionamento.

Este sistema está suspenso, em equilíbrio, num par de suportes que o permitem girar em torno de um eixo horizontal que é perpendicular ao veio do motor. As molas aplicam uma força centrífuga de modo a que esteja normalmente na horizontal. Pensando por exemplo no caso de uma roda de bicicleta em rotação em torno do seu eixo. Quando se tenta mudar a direcção na qual o eixo da roda aponta, o efeito de giroscópio oferece uma resistência a este movimento, não com uma força directamente oposta à da alteração, mas tenta mover-se num direcção perpendicular à qual se tentou mover. No caso do giroscópio da cauda do helicóptero, qualquer tentativa de o fazer rodar em torno do seu eixo vertical fará com que este tente girar em torno do seu eixo horizontal (em torno do eixo de suporte). Sem as molas, o sistema do giroscópio continuaria a mover-se até que o seu eixo de rotação estivesse vertical (alinhado com o eixo em torno do qual está a ser rodado). Com as molas, o giroscópio move-se até que a força destas o imobilize. Assim, se for possível medir o quanto o giroscópio se moveu obtém-se também uma medida da variação do *yaw* do helicóptero. Esta medição é feita usando um sensor magnético denominado sonda de Efeito de Hall[5], cuja saída depende da posição de um pequeno íman ligado ao giroscópio. Numa situação ideal a saída da sonda de Hall será proporcional à taxa do *yaw* e assim obtém-se uma medida precisa da direcção do helicóptero.

A desvantagem destes giroscópios é o facto de consumirem bastante energia para funcionarem, e acrescentam peso considerável ao helicóptero.

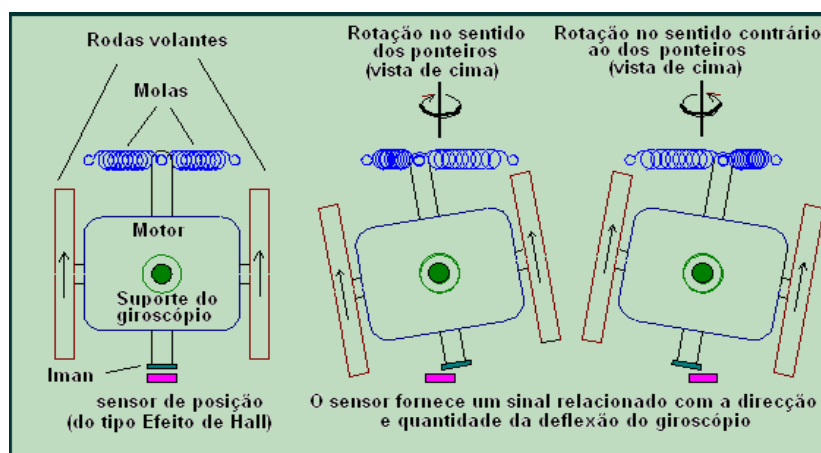



Figura 2.11 Funcionamento de um giroscópio mecânico[6]

---

[5] http://pt.wikipedia.org/wiki/Efeito_Hall
[6] http://www.w3mh.co.uk/articles/html/csm7_8.htm

Giroscópios piezoeléctricos: Os giroscópios piezoeléctricos são actualmente os mais usados no rádio controlo. Em relação ao giroscópio mecânico, estes são mais leves e gastam menos bateria. Usam um cristal triangular com um elemento piezoeléctrico em cada face. Dois dos elementos são usados para sentir vibrações e o terceiro recebe uma corrente eléctrica que o faz vibrar.

Quando em operação, o cristal é colocado a vibrar. Quando o helicóptero não está a girar sobre si, a vibração atravessa o cristal e chega aos outros dois *piezos* ao mesmo tempo. Quando o helicóptero gira, um dos sensores sentirá um sinal mais forte que o outro, e deste modo tem-se uma medida precisa da quantidade de movimento que o helicóptero sofreu em torno no eixo vertical.

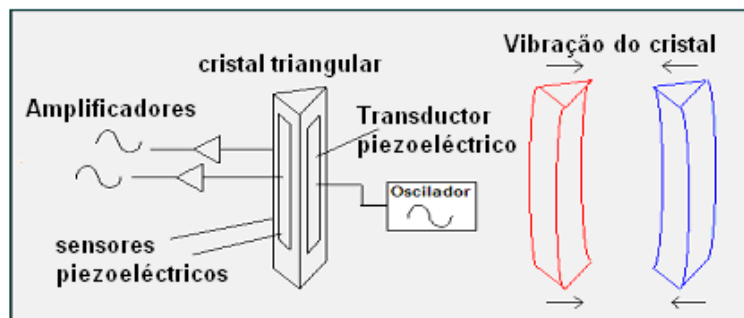



Figura 2.12 Funcionamento de um giroscópio piezoeléctrico[7]

A grande vantagem destes sensores é a sua rapidez de resposta. As desvantagens são a sua grande sensibilidade à vibração e à temperatura.

Para além do princípio de medição, os giroscópios são também classificados em dois outros grandes grupos, os de *Heading Hold*, e os de *Yaw Rate*.

Os giroscópios de ***yaw rate*** funcionam como um amortecedor pois amortecem a quantidade de movimento angular que o helicóptero sofre, seja ela devida a variações na velocidade do rotor, passo colectivo ou passo cíclico, efeitos do vento, ou um comando transmitido pelo piloto. Um giroscópio de *yaw rate* não impede o helicóptero de rodar, mas apenas amortece este movimento até ao ponto em que pode ser controlável.

Os giroscópios de ***Heading Hold (HH)*** possuem software sofisticado que os permitem calcular exactamente quantos graus o helicóptero rodou. Este cálculo é então convertido num comando directo enviado para o servo do rotor que não só amortece o movimento como corrige todo o desvio que o helicóptero sofreu, fazendo com que este fique a apontar na direcção em que estava antes do desvio, daí o nome *Heading Hold.*

---

[7] http://www.w3mh.co.uk/articles/html/csm7_8.htm

2.6 Voo direccionado

Para entender o que acontece à estrutura do rotor durante a deslocação longitudinal da aeronave convém ter noção de dois termos que são a razão de avanço e o ângulo de *Azimuth*. A razão de avanço corresponde à razão entre a velocidade de avanço longitudinal do helicóptero e a velocidade linear da ponta da pá relativamente ao eixo de rotação, e varia normalmente entre 0 e 0,5, sendo que uma razão de avanço 0 corresponde ao voo pairado. A razão de avanço segundo [Padfield, 2007] é dada por:

$$\mu = \frac{V}{\Omega R} \tag{2.1.}$$

onde V é a velocidade de avanço do helicóptero, Ω é a velocidade de rotação do rotor e R é o raio do rotor (pá).

O ângulo de *Azimuth* (ψ) é usado para descrever a posição rotacional da pá. A posição zero corresponde ao ponto em que a pá aponta para trás, que será directamente acima da cauda. O lado de avanço fica de 0 a 180º e o lado de recuo fica de 180º a 360º. A figura 2.13 esquematiza estes parâmetros. Durante o voo pairado as pás estão sujeitas à mesma velocidade do ar em todos os pontos da sua rotação. No entanto, no voo frontal cada pá sente uma maior velocidade do ar no lado em que avança do que no lado em que recua. No lado de avanço a velocidade de voo do helicóptero é somada à velocidade da ponta da pá, enquanto no lado de recuo o resultado é uma velocidade do ar inferior à do voo pairado. Perto do eixo de rotação, a velocidade da pá é baixa e o escoamento acaba por ser invertido na parte interior da pá que recua. Estas mudanças na velocidade do ar causam um aumento de sustentação no lado de avanço e uma diminuição da sustentação no lado de recuo das pás. Esta diferença de sustentação causaria um binário na direcção do *pitch* do helicóptero fazendo-o inclinar-se para o lado de menor sustentação, mas devido aos efeitos giroscópios resulta numa inclinação em frente.

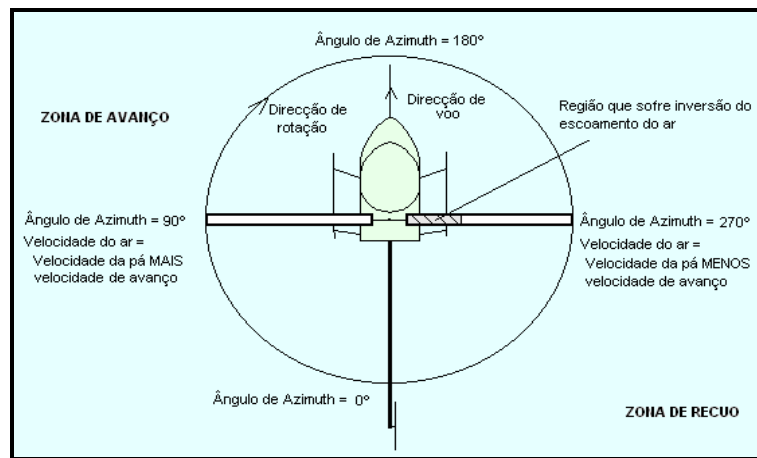



Figura 2.13 Ângulos de Azimuth e velocidades nas pontas das pás

Precessão girosópica: A precessão giroscópica é um fenómeno que ocorre em objectos que estão em rotação, como o rotor de um helicóptero. Se for aplicada uma força num dado ponto da massa giratória o efeito dessa força só se manifesta 90º à frente do ponto onde foi aplicada. Embora o fenómeno de precessão não seja uma força dominante esta tem que ser contabilizada, até porque um sistema rotor apresenta muitas (ou todas) das características de um sistema giroscópico. A figura 2.14 mostra como a precessão afecta o disco rotor quando uma força é aplicada num determinado ponto:

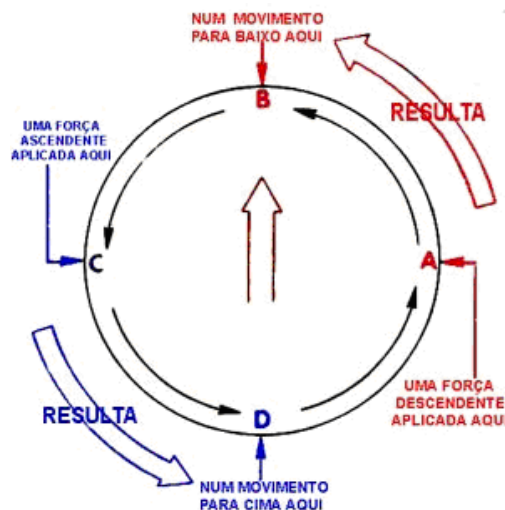



Figura 2.14 Precessão giroscópica

A força descendente aplicada no ponto “A” do disco resulta numa descida do ponto “B” do disco e a força ascendente aplicada ao ponto “C” resulta numa subida no ponto “D”. Este comportamento explica alguns dos efeitos que ocorrem durante as várias manobras de um helicóptero. Por exemplo, o aparelho quando roda para a direita, comporta-se de maneira diferente do que quando roda para a esquerda. Durante uma volta para a esquerda o piloto tem que corrigir a tendência que o helicóptero tem de baixar o nariz caso contrário perde altitude. Essa tendência para a perda de altitude é agravada pela inclinação do disco do rotor pois o disco quando inclinado produz menos impulso vertical e anula menos a força da gravidade. Se a volta for para a direita a inclinação do rotor faz perder impulso vertical, mas como o efeito da precessão aponta o nariz do helicóptero para cima, a resultante é menor. Portanto, a acção do piloto terá que ser diferente segundo o lado para onde virar o helicóptero.

2.7 Controlo do colectivo e do cíclico

O controlo do colectivo e do cíclico são feitos graças aos componentes que constituem o rotor principal, principalmente devido a uma estrutura denominada de prato oscilante, também

denominada de bailarina, ou *swash plate*. Este é constituído por um disco não-rotativo e outro disco rotativo montado acima do anterior.

Como já foi mencionado, o passo colectivo corresponde ao movimento de ascensão ou descida vertical do helicóptero. Este é garantido fazendo mover todo o prato oscilante para cima e para baixo caso se pretenda fazer o helicóptero subir ou descer, respectivamente. Quando o prato sobe ou desce, também o ângulo de ataque das pás do rotor é alterado ao mesmo tempo e na mesma quantidade. Como o ângulo de todas as pás é alterado simultaneamente, ou seja, colectivamente, a alteração na sustentação é igual em toda a rotação das pás, pelo que não haverá tendência do helicóptero para se mover noutra direcção que não seja subir ou descer. A figura 2.15 ilustra este controlo, onde é possível observar o prato oscilante em diferentes posições.

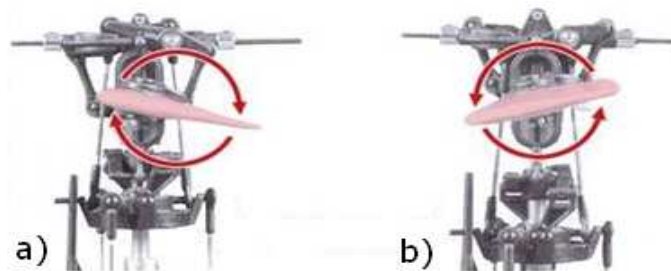



Figura 2.15 Controlo do ângulo das pás em helicópteros de passo colectivo: a) subida; b) descida

Os controlos do passo cíclico lateral e longitudinal permitem mover o helicóptero para a frente, para trás, para a esquerda ou para a direita. Este controlo funciona inclinando o prato oscilante e aumentando o ângulo de ataque na pá num dado ponto da rotação, e diminuindo esse ângulo quando a pá se encontra a 180º desse ponto. À medida que o ângulo de incidência muda, também a sustentação gerada por cada pá muda e como resultado o helicóptero fica 'desequilibrado', e então inclina-se para a direcção onde a sustentação é menor. A figura 2.16 ilustra a alteração no prato oscilante e correspondente mudança no ângulo das pás.

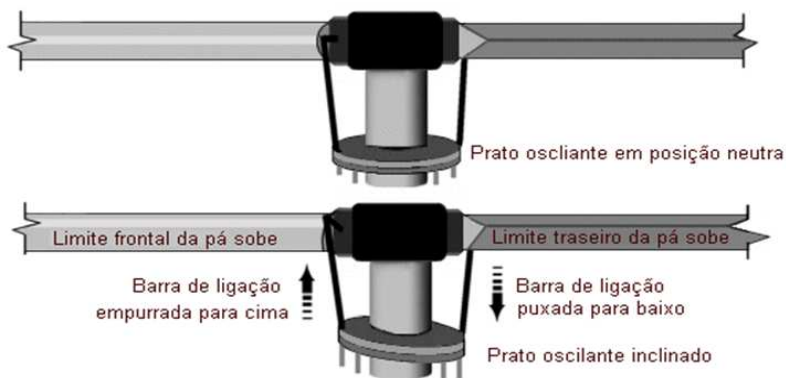



Figura 2.16 Controlo do passo cíclico no helicóptero através da posição do prato oscilante

Por exemplo, quando a alavanca do cíclico no transmissor é empurrada em frente, o prato oscilante inclina-se em frente aumentando o ângulo na parte traseira do helicóptero fazendo-o mover-se.

2.8 Curvas de aceleração e de ângulo de passo

Para que a aeronave funcione é fundamental o ajuste entre o passo das pás do rotor principal e a aceleração do motor. Isto porque para criar sustentação capaz de levantar o helicóptero é necessário que as pás do rotor tenham um certo ângulo positivo, um pouco acima de 0º. O ângulo que as pás devem ter quando o helicóptero se levanta do solo depende da rotação que este tem. Com rotações demasiado baixas, o ângulo de ataque teria se ser muito grande, resultando em muita resistência e as pás teriam pouca inércia para dar a estabilidade adequada. Pelo contrário, se a velocidade de rotação fosse muito elevada as respostas aos controlos seriam demasiado rápidas.

Considerando uma dada velodidade de rotação ideal, esta será o requisito a manter constante em todas as evoluções do voo. Assim, a subida e descida não depende de dar mais ou menos rotação ao rotor mas sim variar o ângulo das pás. No entanto, ao variarmos o ângulo, aumentando a sustentação, também a resistência do ar será maior, pelo que a rotação terá de ser menor. Mas como se pretende ter uma velocidade de rotação constante, a solução será acelerar o motor. É então necessário saber a quantidade de potência a fornecer ao motor para cada ângulo das pás. Deste modo acontece que ao voo estacionário estará associado um determinado ângulo de ataque e uma percentagem de aceleração do motor. À medida que se varia essa posição, o ângulo das pás e a aceleração estarão a variar de forma sincronizada. A forma como varia a aceleração fornecida é denominada de curva de aceleração (*throttle curve*), e a forma como se move o servo do passo colectivo é denominada de curva de passo (*pitch curve*). Para se saber a aceleração correspondente a cada ângulo das pás precisamos de saber primeiro que ângulos são os que determinam as diferentes fases do voo. Começando em 0º não existe sustentação e chegando a aproximadamente 5º o helicóptero começa a descolar e ao mesmo tempo permanece estacionário no ar. Para subir aumenta-se o ângulo a mais de 5º dependendo da velocidade pretendida, e o oposto acontece para descer. Se se aumentar ou diminuir demasiado o ângulo de ataque corre-se o risco de perder toda a sustentação.

Actualmente os transmissores de rádio permitem ter vários modos de voo que correspondem a determinadas curvas de aceleração em função do ângulo de ataque das pás. Estes modos são o modo normal, o modo ‘*idle-up-1*’ e o modo ‘*idle-up-2’*. O modo normal é utilizado para a descolagem, voo estacionário e translações tranquilas. Os modos *idle-up* 1 e 2 são usados para voos 3D com acrobacias. As curvas de aceleração e de passo são definidas no transmissor variando a posição da alavanca que controla o passo colectivo. Para o modo normal os ângulos máximo e mínimo costumam rondar os 8º e -3º respectivamente. Para a alavanca na

posição máxima a potência será máxima, e para a alavanca na posição mínima o motor encontra-se ao ralenti. A posição de alavanca a meio representa o voo pairado, o que significa que as curvas não serão lineares à medida que se sobe a alavanca do controlo do colectivo (figura 2.17).

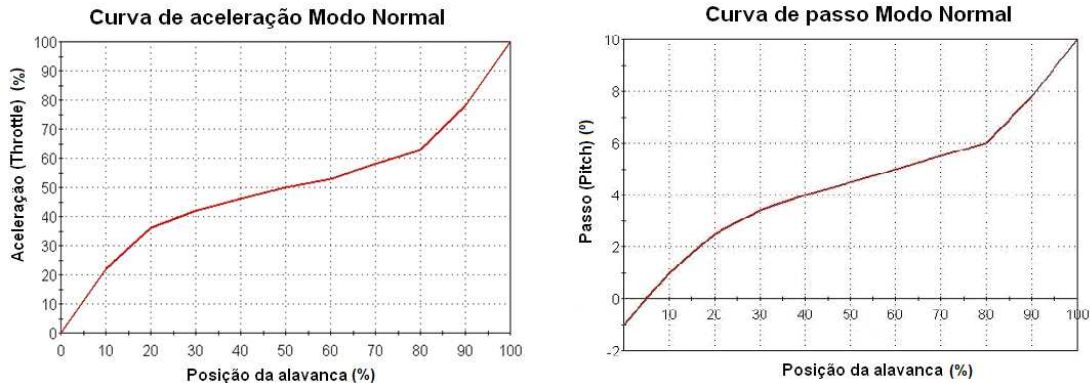



Figura 2.17 Exemplo de curvas de aceleração e de passo para o modo Normal[8]

Em todo o caso, as curvas de aceleração e de passo podem variar bastante consoante indicações do fabricante do helicóptero e preferências de desempenho, e dependem também muito da prática que se tem com o modelo utilizado.

2.9 A barra estabilizadora e sistemas de controlo

Um dos problemas no controlo dos helicópteros de modelismo é a tendência natural das pás do rotor principal responderem de forma demasiado rápida aos comandos cíclicos. Isto acontece devido às forças aerodinâmicas que actuam nas pás serem grandes em comparação ao peso destas. Uma forma de ultrapassar estas dificuldades é a utilização das barras estabilizadoras.

A barra estabilizadora consiste num veio com dois pequenos aerofólios ou pás e tem um pivot em torno do qual pode balançar. O ângulo de ataque destas pás é definido pelo controlo cíclico e respondem do mesmo modo que as pás do rotor principal. Para fazer a barra estabilizadora rodar para a direita o ângulo de ataque das suas pás aumenta à medida que passa pela metade traseira do rotor e reduz-se na metade frontal do rotor. Isto é feito simplesmente rodando toda a barra em torno do seu eixo. Como a barra não é responsável por levantar o helicóptero, as forças aerodinâmicas que actuam nas suas pás podem ser calibradas para fornecer a velocidade de resposta adequada, alterando o peso das pás da barra ou aumentado o seu comprimento e área.

A barra estabilizadora está relacionada com o tipo de sistema de controlo do rotor principal a partir do prato oscilante. Os três tipos de controlo existentes são os sistemas Bell, Hiller e Bell-Hiller.

[8] http://www.swift-tuning.com/curves.php

Sistema de controlo Bell: Neste tipo de controlo a barra estabilizadora é constituída por um veio com pesos nas extremidades e é montada perpendicularmente ás pás do rotor principal e ligada através de um braço mecânico ao prato oscilante e aos encaixes das pás do rotor. Se alguma força tenta alterar o plano no qual o rotor está a rodar, a barra estabilizadora muda o passo cíclico opondo-se a essa alteração. Se a força persistir, e o rotor inclina, então a barra estabilizadora segue o movimento do rotor.

Sistema de controlo Hiller: Neste caso os controlos cíclicos são transmitidos dos servos para a barra estabilizadora apenas. As variações do passo cíclico das pás do rotor principal são então controladas inteiramente pela inclinação da barra estabilizadora. Supondo que se quer fazer o helicóptero inclinar-se para a direita ou esquerda. Assim que o passo cíclico actua nas pás da barra estabilizadora esta inclina-se na direcção desejada. À medida que esta se inclina o passo cíclico começa a ser aplicado às pás do rotor que começam a seguir a barra estabilizadora. O binário das pás do rotor provoca a aceleração do corpo na direcção do *roll* até que estabilize no ângulo determinado pela barra estabilizadora. A quantidade de controlo cíclico aplicado ás pás principais é automaticamente ajustado de forma a que a taxa de *roll* correcta seja mantida. Quanto maior o atraso do rotor principal em relação à barra estabilizadora maior o controlo cíclico aplicado ás pás do rotor principal (ver figura 2.18 a)).

Sistema de controlo Bell-Hiller: Neste sistema o cíclico está ligado à barra estabilizadora mas uma proporção desse controlo é também fornecido ás pás do rotor principal e misturado com o controlo da inclinação da barra estabilizadora. A razão dessa mistura determina a proporção de controlo que vem directamente do prato oscilante e a que vem da barra. Desta forma as pás do rotor respondem imediatamente ao comando. Qualquer tendência do rotor para fazer inclinar o helicóptero mais do que o pretendido é impedida (ver figura 2.18 b)).

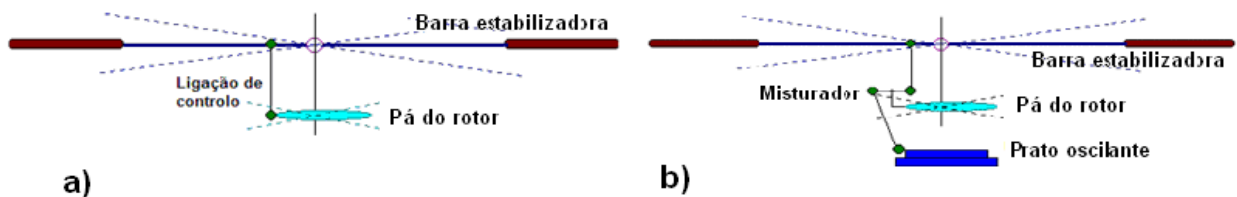



Figura 2.18 a) Sistema de controlo Hiller; b) Sistema de controlo Bell-Hiller

Capítulo 3

Modelo Dinâmico do Helicóptero

Como já foi referido, a dinâmica do helicóptero não é de todo simples. Esta corresponde a um sistema MIMO, variante no tempo, com não-linearidades, instabilidade inerente e fortes acoplamentos. Os helicópteros são tipicamente expostos a perturbações instáveis como deslocações de vento durante um dos vários modos de voo que estes aparelhos possuem, como a descolagem, voo pairado e voo em velocidade de cruzeiro. Sendo a aerodinâmica dos helicópteros bastante complicada, é bastante difícil encontrar as equações exactas da dinâmica do helicóptero para todos os seus modos de voo [Kim, Shang & Lee, 2004]. Alguns trabalhos dedicam-se à modelação e controlo não-lineares de um helicóptero em escala reduzida, como [Vilchis *et al*, 2003] e [Kim & Tilbury, 1997] mas normalmente derivam-se modelos mais simples para um determinado modo de voo com o propósito de poderem ser usados no controlo ou simulação de um helicóptero.

Esta secção descreve o modelo dinâmico de um helicóptero de modelismo equipado com uma barra estabilizadora do tipo Bell-Hiller. A dinâmica do helicóptero pode ser descrita usando um modelo de corpo rígido de 6 GdL sob acção de forças e momentos que explicitamente incluem os efeitos do rotor principal, da barra estabilizadora, rotor de cauda, fuselagem e estabilizadores horizontal e vertical da cauda. O rotor principal é a fonte primária de sustentação, propulsão e controlo pelo que domina o comportamento dinâmico do helicóptero.

A configuração de helicóptero mais convencional inclui um rotor principal e um rotor de cauda. Esta configuração deriva da necessidade de compensar o binário resultante das forças de resistência aerodinâmicas geradas pelas pás do rotor principal. O momento induzido pela força de propulsão do rotor de cauda cancela este binário e providencia o controlo da direcção. Os restantes componentes têm contribuições menos significativas que resultam em modelos mais simples. A fuselagem produz forças e momentos de resistência e os estabilizadores da cauda funcionam como asas no voo frontal, aumentando a eficiência do voo.

3.1 Modelo dinâmico do corpo rígido

As equações do movimento de corpo rígido podem ser descritas em relação a um referencial inercial {I} expressas no referencial fixo no centro de massa do corpo, {B}. Recorrendo à notação usada por [Cunha, 2006], denote-se $\left({}^{I}p_{B}, {}^{I}_{B}R\right) \in SE(3) \stackrel{\Delta}{=} \Re^{3} \times SO(3)$ como sendo a configuração do referencial do corpo em relação ao referencial inercial e

$\lambda_B = [\phi_B \quad \theta_B \quad \psi_B]^T$ como sendo os ângulos de *Euler* representando a orientação de {B} em relação a {I}. Considerando também as velocidades linear e angular do corpo, $v_B, \varpi_B \in \Re^3$, dadas respectivamente por

$$v_B = {}_I^B R \, {}^I\dot{p}_B \qquad (3.1.)$$

$$\varpi_B = {}_I^B R \, {}^I\varpi_B \qquad (3.2.)$$

onde ${}^I\dot{p}_B$ e ${}^I\varpi_B$ são, respectivamente, a velocidade linear e a velocidade angular do referencial do corpo em relação ao referencial inercial. Usando esta representação, a cinemática do helicóptero pode ser descrita através das seguintes equações

$${}^I\dot{p}_B = {}_B^I R v_B \qquad (3.3.)$$

$$\dot{\lambda}_B = \begin{bmatrix} 1 & sen\phi_B tg\theta_B & \cos\phi_B tg\theta_B \\ 0 & \cos\phi_B & -sen\phi_B \\ 0 & sen\phi_B \cos\theta_B & \cos\phi_B \cos\theta_B \end{bmatrix} \varpi_B \qquad (3.4.)$$

e a derivada de ${}_B^I R$ pode ser escrita como

$${}_B^I\dot{R} = {}_B^I R S(\varpi_B) \qquad (3.5.)$$

onde $S(\varpi_B) \in \Re^{3\times3}$ é uma matriz anti-simétrica tal que $S(x)y = x \times y$ para todo o $x, y \in \Re^3$.

A dinâmica do sistema pode ser descrita no referencial do corpo através das equações de Newton-Euler

$$\begin{cases} m\dot{v}_B = f_{ext}(v_B, \varpi_B, u) + m {}_I^B R [0 \quad 0 \quad g]^T - S(\varpi_B) m v_B \\ I\dot{\varpi}_B = n_{ext}(v_B, \varpi_B, u) - S(\varpi_B) I \varpi_B \end{cases} \qquad (3.6.)$$

onde $m \in \Re$ e $I \in \Re^{3\times3}$ correspondem à massa e momento de inércia do veículo, respectivamente, g é a aceleração da gravidade e f_{ext} e n_{ext} correspondem ás forças e momentos externos que agem sobre o corpo, que são funções das velocidades do corpo e acções de controlo $u \in \Re^{n_u}$.

O modelo dinâmico completo do sistema pode ser escrito como

$$\begin{cases} \dot{v}_B = f(v_B, \varpi_B, u) + f_g(\phi_B, \theta_B) \\ \dot{\varpi}_B = n(v_B, \varpi_B, u) \\ {}^I\dot{p}_B = {}_B^I R v_B \\ \dot{\lambda}_B = Q(\phi_{B,} \theta_B) \varpi_B \end{cases} \qquad (3.7.)$$

onde

$$Q(\phi_{B,}\theta_B) = \begin{bmatrix} 1 & sen\phi_B tg\theta_B & \cos\phi_B tg\theta_B \\ 0 & \cos\phi_B & -sen\phi_B \\ 0 & sen\phi_B / \cos\theta_B & \cos\phi_B / \cos\theta_B \end{bmatrix} \quad (3.8.)$$

e com $f = m^{-1} f_{ext} - \varpi_B \times v_B, n = I^{-1} n_{ext} - I^{-1}(\varpi_B \times I\varpi_B)$ e $f_g = {}_I^B R[0 \quad 0 \quad g]^T$.

As forças e momentos externos resultantes da contribuição de cada componente do helicóptero podem ser representadas por:

$$\begin{cases} f_{ext} = f_{mr} + f_{tr} + f_{fus} + f_{tp} + f_{fn} \\ n_{ext} = n_{mr} + n_{tr} + n_{fus} + n_{tp} + n_{fn} \end{cases} \quad (3.9.)$$

onde os indices m*r, tr, fus, tp* e *fn* representam respectivamente o rotor principal, rotor de cauda, fuselagem, estabilizador horizontal da cauda e estabilizador vertical da cauda. Os modelos detalhados para cada um destes componentes podem ser encontrados em [Padfield, 2007] e [Bramwell, 2001].

3.2 Modelos lineares em espaço de estados

Para representar as forças e momentos aplicados no diagrama de corpo rígido do helicóptero é utilizado o sistema de eixos representado na figura 3.1 , onde *u, v* e *w* representam as velocidades lineares nas direcções x, y e z respectivamente; *p, q* e *r* são as taxas de variação dos ângulos de atitude *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ) em cada uma das direcções mencionadas; X, Y e Z são as forças nas respectivas direcções, e L, M e N os momentos relativos a x, y e z.

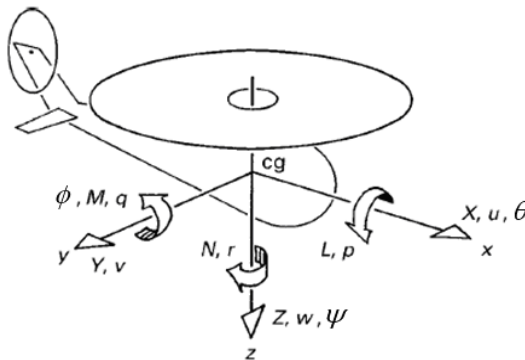



Figura 3.1 Sistema de eixos ortogonal do helicóptero

O diagrama de corpo rígido do helicóptero está representado na figura 3.2. [Kim, Shang & Lee, 2004].

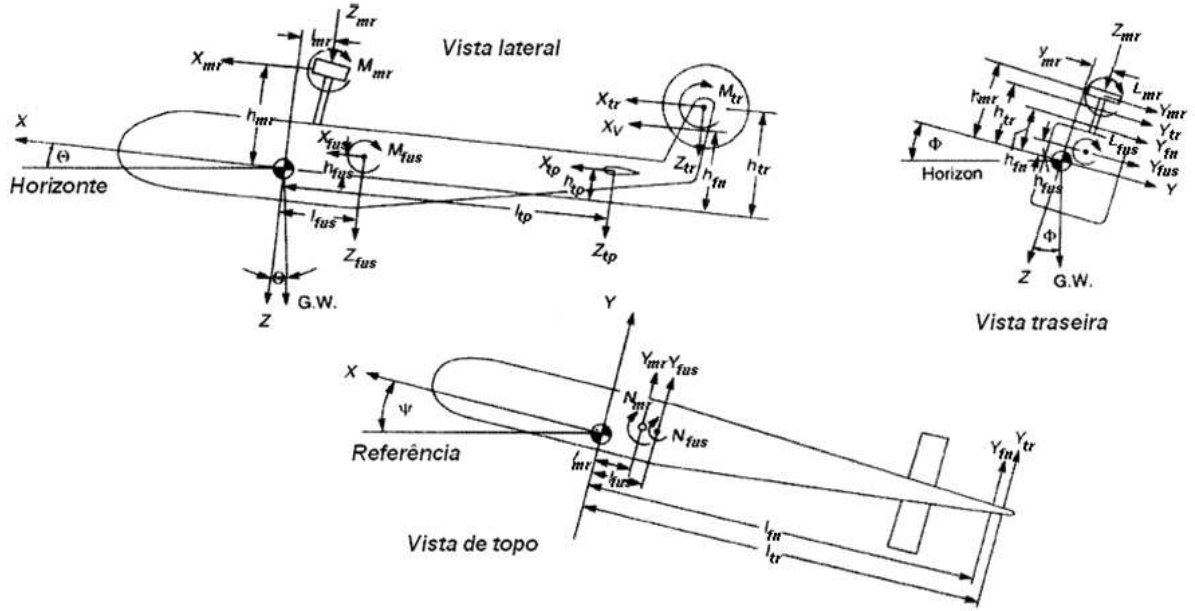



Figura 3.2 Diagrama de corpo rígido do helicóptero [Kim, Shang & Lee, 2004]

Desprezando os termos cruzados da inércia, as equações da dinâmica para a força e momento resultam em:

$$\dot{v}_b = m^{-1}\begin{bmatrix} X_{mr} + X_{tr} + X_{tp} + X_{fn} + X_{fus} \\ Y_{mr} + Y_{tr} + Y_{fn} + Y_{fus} \\ Z_{mr} + Z_{tr} + Z_{tp} + Z_{fn} + Z_{fus} \end{bmatrix} + {}_I^B R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -vr - wq \\ -ur + wp \\ uq - vp \end{bmatrix} \tag{3.10.}$$

$$\dot{\varpi}_b = I_b^{-1}\begin{bmatrix} L_{mr} + Y_{mr}h_{mr} + Z_{mr}y_{mr} + Y_{tr}h_{tr} + Y_{fn}h_{fn} + Y_{fus}h_{fus} + L_{fus} \\ M_{mr} - X_{mr}h_{mr} + Z_{mr}l_{mr} + M_{tr} - X_{tr}h_{tr} + Z_{tr}l_{tr} - X_{tp}h_{tp} + Z_{tp}h_{tp} - X_{fn}h_{fn} + M_{fus} \\ N_{mr} - Y_{mr}l_{mr} - Y_{tr}l_{tr} - Y_{fn}l_{fn} - Y_{fus}l_{fus} + N_{fus} \end{bmatrix} + I_b^{-1}\begin{bmatrix} qr(I_{yy} - I_{zz}) \\ pr(I_{zz} - I_{xx}) \\ pq(I_{xx} - I_{yy}) \end{bmatrix} \tag{3.11.}$$

Cada termo associado às forças e momentos das equações anteriores pode ser medido geometricamente pois correspondem às distâncias representadas na figura 3.2. Apesar de alguma literatura tratar da derivação das equações para cada termo das equações das forças e momentos, como [Bramwell, 2001] ou [Padfield, 2007], a complicada aerodinâmica torna difícil uma derivação exacta. Essa grande dificuldade em encontrar as equações de forças e momentos exactas que englobem toda a dinâmica de voo leva a que deva ser feita uma separação desta dinâmica em vários modos de voo. Uma das mais importantes manobras de voo é o modo de voo pairado, e é sobre este que é concentrado este trabalho. A dinâmica para o voo pairado é simplificada tendo em conta algumas suposições. Desprezam-se os efeitos da

fuselagem e dos estabilizadores da cauda devido à baixa velocidade do helicóptero (até cerca de 5m/s) em qualquer direcção neste modo de voo, e aos pequenos desvios na atitude. Considera-se também que apenas são gerados a propulsão lateral, o momento na direcção do *yaw* e o binário de reacção no eixo do *pitch*. De acordo com estas suposições, as equações (3.10.) e (3.11.) reduzem-se a:

$$\dot{v}_b = m^{-1}\begin{bmatrix} X_{mr} \\ Y_{mr} + Y_{tr} \\ Z_{mr} + Z_{tp} + Z_{fus} \end{bmatrix} + {}_I^B R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -vr - wq \\ -ur + wp \\ uq - vp \end{bmatrix} \quad (3.12.)$$

$$\dot{\varpi}_b = I_b^{-1}\begin{bmatrix} L_{mr} + Y_{mr}h_{mr} + Z_{mr}y_{mr} + Y_{tr}h_{tr} \\ M_{mr} - X_{mr}h_{mr} + Z_{mr}l_{mr} + M_{tr} + Z_{tp}h_{tp} \\ N_{mr} - Y_{mr}l_{mr} - Y_{tr}l_{tr} \end{bmatrix} + I_b^{-1}\begin{bmatrix} qr(I_{yy} - I_{zz}) \\ pr(I_{zz} - I_{xx}) \\ pq(I_{xx} - I_{yy}) \end{bmatrix} \quad (3.13.)$$

Assim, com as equações simplificadas para o voo pairado, e tendo em conta as forças representadas na figura 3.3 e as distâncias representadas na figura 3.2 as equações (3.12) e (3.13) resultam em

$$\dot{v}_b = m^{-1}\begin{bmatrix} -T_{mr}sen(a) \\ -T_{mr}sen(b) - T_{tr} \\ -T_{mr}\cos(a)\cos(b) + Z_{tp} + Z_{fus} \end{bmatrix} + {}_I^B R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -vr - wq \\ -ur + wp \\ uq - vp \end{bmatrix} \quad (3.14.)$$

$$\dot{\varpi}_b = I_b^{-1}\begin{bmatrix} -(dL/db)b - Y_{mr}h_{mr}sen(b) - Q_{mr}sen(a) - T_{mr}y_{mr} - T_{tr}h_{tr} \\ (dM/da)a + T_{mr}h_{mr}sen(a) - Q_{mr}sen(b) + T_{mr}l_{mr} - Q_{tr} + Z_{tp}h_{tp} \\ -Q_{mr}\cos(a)\cos(b) + T_{mr}sen(b)l_{mr} + T_{tr}l_{tr} \end{bmatrix} + I_b^{-1}\begin{bmatrix} qr(I_{yy} - I_{zz}) \\ pr(I_{zz} - I_{xx}) \\ pq(I_{xx} - I_{yy}) \end{bmatrix} \quad (3.15.)$$

onde T representa a força de propulsão dos rotores, e Q o binário destes. As variáveis a e b representam o *flapping* (batimento) longitudinal e lateral das pás do rotor principal, respectivamente, como se observa na figura 3.3.

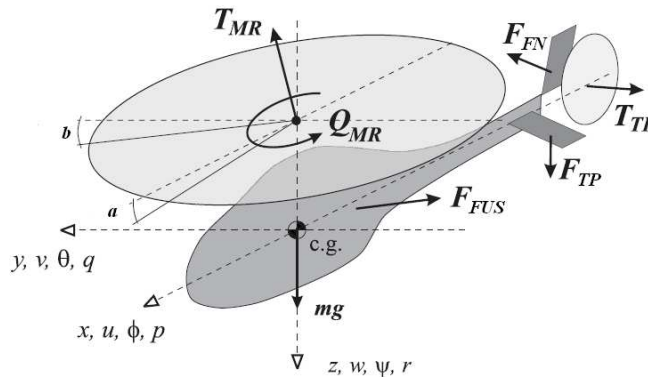



Figura 3.3 Modelo simplificado dos momentos e forças e representação dos ângulos de *flapping*

A forma em espaço de estados da dinâmica do helicóptero pode ser representada através do modelo de 11 variáveis, como referido em [Kim, Shang & Lee, 2004] e [Carstens, 2005]

$$\dot{x} = F(x,u) \tag{3.16.}$$

$$x = \begin{bmatrix} u & v & p & q & \phi & \theta & a & b & w & r & r_{fb} \end{bmatrix}^T \tag{3.17.}$$

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_a & \delta_b & \delta_{\theta MR} & \delta_{\theta TR} \end{bmatrix}^T \tag{3.18.}$$

onde r_{fb} é a taxa de variação do *yaw* de re-alimentação do giroscópio incorporado no helicóptero. O vector de controlo é composto pelos desvios das condições de *trim* das quatro variáveis de controlo cíclico (δ_a δ_b), colectivo do rotor principal $(\delta_{\theta MR})$ e colectivo do rotor da cauda ($\delta_{\theta TR}$).

Para um modelo de controlo não-linear pode ser usado o modelo de simulação não-linear ou um modelo com os termos de propulsão e binário aproximados. No entanto pretende-se derivar um modelo LTI para o modo de voo pairado, caracterizado por baixas velocidades lineares e ângulos de atitude pequenos (*roll* e *pitch* inferiores a 2,5º) e projectar controladores para esse modelo. Assim sendo assume-se que os ângulos de atitude são muito pequenos. Desta forma resulta que

$$sen(x) \cong x, \cos(x) \cong 1 \tag{3.19.}$$

Assim desprezam-se também a aceleração de Coriólis e os termos giroscópicos. Aplicando estas suposições, obtém-se a seguinte equação diferencial

$$\dot{x} = F(x,u) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}T_{mr}a - g\theta \\ -\frac{1}{m}(T_{mr}b + T_{tr}) + g\phi \\ \frac{1}{m}(-T_{mr} + Z_{tp} + Z_{fus}) + g \\ p \\ \frac{1}{I_{xx}}\left[-\left\{\left(\frac{dL}{db}\right) + T_{mr}h_{mr}\right\}b - Q_{mr}a - T_{mr}y_{mr} - T_{tr}h_{tr}\right] \\ q \\ \frac{1}{I_{yy}}\left[\left\{\left(\frac{dM}{da}\right) + T_{mr}h_{mr}\right\}a - Q_{mr}b + T_{mr}l_{mr} - Q_{tr} + Z_{tp}l_{tp}\right] \\ r \\ \frac{1}{I_{zz}}\left[-Q_{mr} + T_{mr}l_{mr}b + T_{tr}l_{tr}\right] \\ -\frac{a}{\tau_f} - q + A_b b + A_{\delta a}\delta_a + A_{\delta b}\delta_b \\ -\frac{b}{\tau_f} - p + B_a a + B_{\delta a}\delta_a + B_{\delta b}\delta_b \end{bmatrix} \tag{3.20.}$$

Estas equações resultam na equação de espaço de estados representada por (3.21) que pode ser usada na identificação paramétrica por ser um modelo LIT MIMO. Este modelo é proposto por [Mettler et al, 1999] e inclui a dinâmica do estabilizador de *Bell-Hiller* existente na maior parte dos helicópteros de modelismo.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \tag{3.21.}$$

que neste caso resulta em

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & L_a & L_b & 0 & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & M_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1/\tau_f & A_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & B_a & -1/\tau_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & Z_r & 0 \\ 0 & 0 & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_w & N_r & N_{rfb} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{rfb} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{\delta a} & A_{\delta b} & 0 & 0 \\ B_{\delta a} & B_{\delta b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\delta\theta mr} & 0 \\ 0 & 0 & N_{\delta\theta mr} & N_{\delta\theta tr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} u \tag{3. 22.}$$

A matriz C é dada por uma matriz identidade de ordem 11, e D é uma matriz nula.

O significado dos parâmetros das matrizes do sistema, A, e de controlo, B, estão representados no apêndice A, como descritos em [Valavanis *et a*l, 2007, cap. 5]. Em [Padfield, 2007] são discutidos os termos mais importantes e a suas variações com a configuração e parâmetros das condições de voo.

Alguma literatura utiliza modelos mais complexos, de 13 estados, que incluem os ângulos de *flapping* das pás da barra estabilizadora como em [Carstens, 2005] , [Mettler, 2002] e [Valavanis, 2007]. [Mettler, 2000] por exemplo, usa um modelo de 13 estados para descrever um helicóptero *Yamaha R-50* trabalhando perto do ponto de voo pairado, utilizado também neste trabalho, em simulação. Os ângulos de *flapping* das pás da barra estabilizadora (representados por *c* e *d*) não são essenciais para aproximar bem os dados de voo ao modelo durante a identificação, mas Mettler introduziu-os pois afirma que o modelo descreve melhor o movimento físico descrito pelo aparelho. Neste modelo foram também incluídos os termos derivativos de estabilidade L_w e M_w e os derivativos de controlo Y_{δ_r} e M_{δ_c}. Os termos L_w e M_w tomam o valor zero durante o voo pairado, e como tal são normalmente omitidos do modelo para o ponto aproximado de voo pairado. τ_s é a constante de tempo da barra estabilizadora.

O modelo representado em (3.22.) é então modificado resultando na seguinte equação de espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{w} \\ \dot{r} \\ \dot{r}_{fb} \\ \dot{c} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & L_a & L_b & L_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & M_b & M_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1/\tau_f & A_b & 0 & 0 & 0 & A_c & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & B_a & -1/\tau_f & 0 & 0 & 0 & 0 & B_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & Z_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_v & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_w & N_r & N_{rfb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{rfb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_s & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ \phi \\ \theta \\ a \\ b \\ w \\ r \\ r_{fb} \\ c \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{\delta a} & A_{\delta b} & 0 & 0 \\ B_{\delta a} & B_{\delta b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\delta\theta mr} & 0 \\ 0 & 0 & N_{\delta\theta mr} & N_{\delta\theta r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\delta b} & 0 & 0 \\ D_{\delta a} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_b \\ \delta_{\theta MR} \\ \delta_{\theta TR} \end{bmatrix} \quad (3.24.)$$

É comum separar a dinâmica das aeronaves em 2 modelos mais simples: longitudinal-vertical e lateral-direccional. Os modelos lineares apresentados por [Gavrilets *et al*, 2000, 2001 e 2003], são semelhantes ao modelo de 11 estados, ou 13 estados, discutidos anteriormente. A diferença reside na separação em dois modelos o que implica desprezar alguns dos termos de acoplamento, nomeadamente o acoplamento entre os movimentos de *pitch* e de *roll*, e entre o leme e o controlo de altura. O objectivo destas publicações consiste na descrição de um modelo de helicóptero executanto manobras de voo agressivas. Gavrilets afirma nos seus trabalhos que as dinâmicas longitudinal-vertical e lateral-direccional estão suficientemente desacopladas no caso de voos com razão de avanço baixas ($\mu \leq 0,15$).

O modelo de ordem 13 pode ainda ser decomposto em modelos de ordem mais baixa descrevendo os movimentos vertical, direccional, longitudinal e lateral em separado. [Casterns, 2005] apresenta uma descrição detalhada destes modelos desacoplados, úteis para projectar algumas leis de controlo e fornecer algum entendimento do movimento de um helicóptero em condições de voo pairado.

Em suma, a dinâmica do helicóptero pode ser esquematizada da seguinte forma:

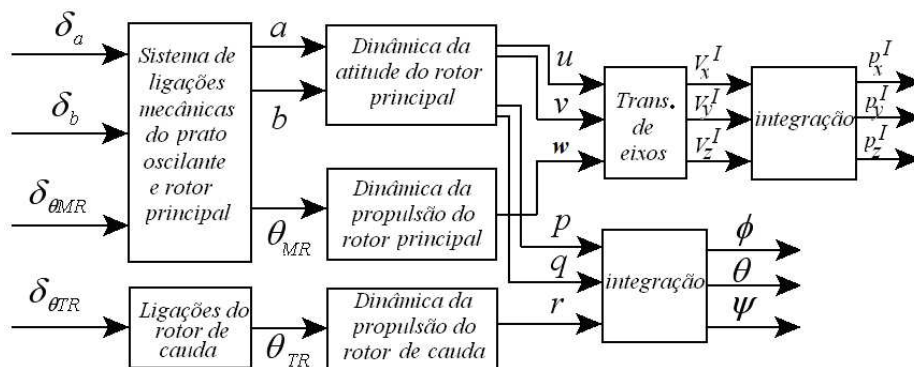



Figura 3.4 Diagrama de blocos da dinâmica do helicóptero

Capítulo 4

Plataforma de testes

A utilização de uma plataforma de testes surge com o intuito de promover um ambiente seguro de simulação ou treino para testes com modelos de helicóptero. Pretende-se limitar os movimentos a um determinado espaço e configuração de trabalho permitindo um estudo mais seguro sem correr riscos no que dizem respeito à perda de controlo do helicóptero, que poderia resultar em danos materiais tanto no aparelho e ambiente laboratorial como danos físicos aos utentes do laboratório. Estas plataformas são usadas como um método inicial de analisar o comportamento dinâmico de um helicóptero de modelismo, tanto de todos os seus graus de liberdade como restringindo o problema a apenas um ou dois movimentos. Estas também podem ser usadas para medir as posições e atitude do helicóptero através de sensores angulares instrumentados na estrutura, poupando a utilização de sensores inérciais no modelo ou auxiliando na calibração destes.

No entanto as estruturas de apoio mencionadas trazem algumas desvantagens no estudo do controlo de helicópteros já que afectam a dinâmica do helicóptero, que será diferente no caso em que se encontra solto. Restrições físicas podem gerar forças de reacção que influenciam a dinâmica de outros movimentos não restringidos.

De entre os vários trabalhos desenvolvidos no âmbito do controlo e modelação de helicópteros alguns trabalhos sugerem a utilização de plataformas que limitam o problema ao estudo da atitude do helicóptero. [Martins, 2008], por exemplo, usa uma junta universal como base, com 3 potenciómetros que permitem a medição dos ângulos de rotação nos 3 graus de liberdade (figura 4.1). Esta última foi por sua vez inspirada no trabalho de [Bo & Miranda, 2004] sobre o controlo de dois graus de liberdade de um helicóptero de modelismo (figura 4.2).

Figura 4.1. Helicóptero e base no projecto de Martins A., 2008

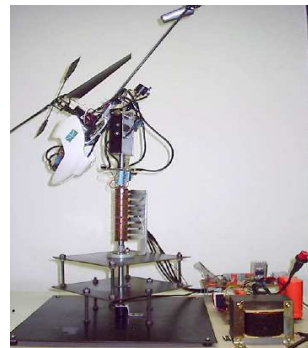



Figura 4.2. Base utilizada no trabalho de Bo e Miranda, 2004

A utilização de uma plataforma que permite a deslocação do helicóptero nos 6 graus de liberdade é abordada por exemplo nos trabalhos de [Barrientos, 2001] contribuindo para o

projecto ELEVA (Exploração de Linhas Eléctricas usado Veículos Aéreos não-tripulados), financiado pela Rede Eléctrica de Espanha e pelo CICYT (Programa de Pesquisa Nacional Espanhola). Esta base é constituída por um sistema de calhas que permitem a deslocação do aparelho num plano XY, com cerca de 2,5 m^2 , um veio que permite a subida num eixo vertical com cerca de meio metro de alcance, e um sistema de juntas que permite a deslocação nos 3 eixos de orientação (figura 4.3). Uma outra estrutura que permite o controlo dos 6 graus de liberdade é usada na tese de doutoramento de [Weilenmann, 1994], pertencente ao Instituto de Tecnologia Federal Suíço de Zurique. Esta é constituída por um conjunto de molas que permite que o helicóptero sinta o mínimo de inércia por parte da base, dentro dos limites do espaço de trabalho (figura 4.4).

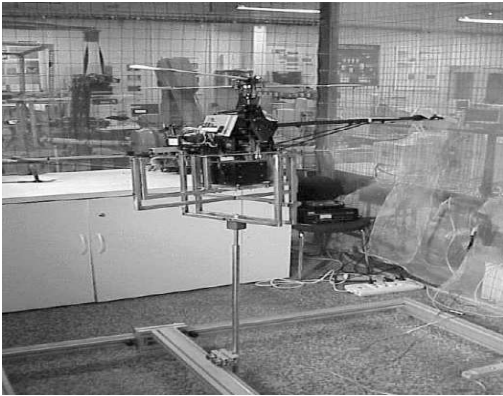



Figura 4.3 Plataforma utilizada no programa ELEVA

Figura 4.4 Plataforma utilizada pelo Instituto de Tecnologia de Zurique

Este capítulo descreve o projecto de uma plataforma que permite o controlo de atitude e posição de um helicóptero de modelismo numa determinada área de trabalho. A abordagem passa pelo estudo da dinâmica de um manipulador de 5 barras, constituído por barras que formam uma estrutura em paralelogramo e cuja dinâmica é desacoplada permitindo um esquema equilibrado pela gravidade, minimizando o seu efeito no helicóptero, simulando as condições em que este estaria caso não estivesse seguro a uma plataforma.

4.1 Manipulador de 5 barras

Com o objectivo de permitir o controlo dos 6 graus de liberdade do helicóptero é sugerida a utilização de uma estrutura semelhante a um manipulador de 5 barras [Spong, Hutchinson & Vidyasagar]. Estas estruturas são muito utilizadas em robôs de estrutura fechada devido à sua dinâmica de corpo rígido simplificada. Especificamente, as equações de movimento para um manipulador de 5 barras com inércia invariante são dadas por um par de equações diferenciais invariantes no tempo. Vários trabalhos abordam a modelação e dinâmica de estruturas paralelas de 5 braços como em [Wang & Vidyasagar, 1992], onde é modelada uma classe de manipuladores com o último elo flexível, ou em [Seshu & Subrahmanyan, 1995] que demonstra

que a simplicidade derivada da dinâmica de corpo rígido também se estende a estruturas flexíveis. Em [Ching & Wang, 1997], é construído um manipulador de 5 elos para aplicação num sistema de realidade virtual com interface de força, cujos objectivos em termos de projecto são os mesmo que para a construção da plataforma do helicóptero.

O esquema típico de um manipulador de 5 barras está representado na figura 4.5. Como se observa apenas existem 4 barras na estrutura, mas na teoria dos mecanismos é convenção contar o chão como um elo adicional, o que explica a terminologia [Spong, Hutchinson & Vidyasagar].

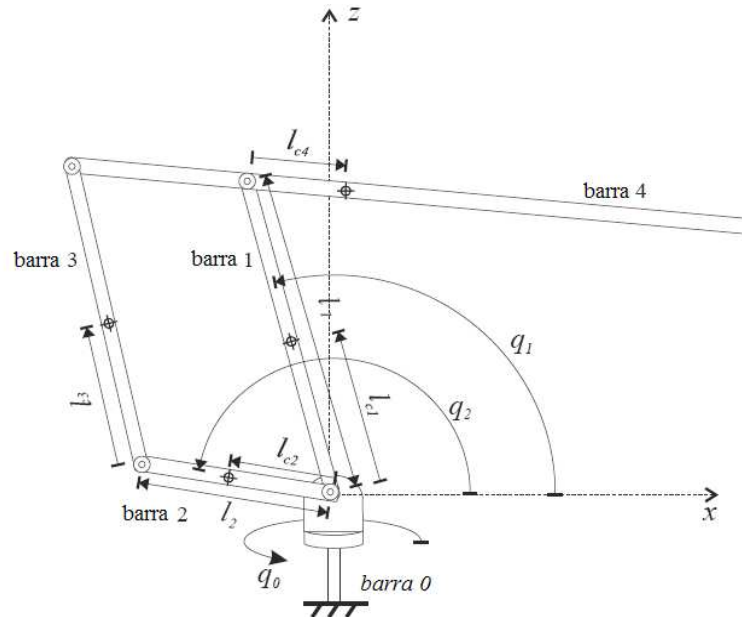



Figura 4.5 Esquema de um manipulador de 5 barras

A variável q_i é a posição angular da junta i , l_i é o comprimento do elo i e lc_i é a posição do centro de massa do elo i em relação à junta como mostra a figura 4.5. A estrutura é montada para formar um paralelogramo. Com uma estrutura deste género é possível deslocar o limite da barra 4 num espaço tridimensional. A intenção é colocar o helicóptero numa base que será acoplada à barra 4 desta estrutura. A base do helicóptero terá uma junta com três graus de liberdade para permitir o controlo de atitude deste.

Pretende-se construir a plataforma utilizando materiais de baixo custo, e o mais leves possível já que a estrutura deve ser equilibrada graviticamente e com o mínimo possível de inércia rotacional nas juntas.

4.2 Esquema de equilíbrio gravítico

Para determinar as condições que definem o equilíbrio gravítico da plataforma parte-se das equações da dinâmica das juntas, derivada no apêndice A:

$$\begin{bmatrix}\tau_0\\ \tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}d_{00} & 0 & 0\\ 0 & d_{11} & d_{12}\\ 0 & d_{21} & d_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{q}_0\\ \ddot{q}_1\\ \ddot{q}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{\partial d_{00}}{\partial q_1}\dot{q}_0\dot{q}_1+\frac{\partial d_{00}}{\partial q_2}\dot{q}_0\dot{q}_2\\ -\frac{1}{2}\frac{\partial d_{00}}{\partial q_1}\dot{q}_0^{\,2}+\frac{\partial d_{12}}{\partial q_2}\dot{q}_2^{\,2}\\ -\frac{1}{2}\frac{\partial d_{00}}{\partial q_2}\dot{q}_0^{\,2}+\frac{\partial d_{21}}{\partial q_1}\dot{q}_1^{\,2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\phi_0\\ \phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix} \tag{4.1.}$$

onde τ_i são os binários nas juntas, resultantes do movimento da estrutura, d_{ij} são os elementos da matriz de inércia, ϕ_i são as derivadas das energias potenciais respeitantes a cada ângulo de junta, $\ddot{q}_i$ e $\dot{q}_i$ são as acelerações e velocidades angulares na junta i. O segundo termo do lado direito da equação é o termo de *Coriolis* e representa a acoplagem entre a dinâmica das juntas. O último termo corresponde ao efeito da gravidade em cada junta, que se prende que seja eliminado.

Os termos d_{ij} e ϕ_i são expressos da seguinte forma:

$$\begin{aligned}d_{00} &= l_{c1}^2\cos^2(q_1)m_1+l_{c2}^2\cos^2(q_2)m_2+(l_{c3}\cos\ (q_1)+l_{c2}\cos\ (q_2))^2 m_3+\\ &(l_{c4}\cos\ (q_2)-l_{c1}\cos\ (q_1))^2 m_4+\cos^2(q_1)I_1+\cos^2(q_2)I_2+\cos^2(q_1)I_3\\ &+\cos^2(q_2)I_4\end{aligned} \tag{4.2.}$$

$$d_{11}=l_{c1}^2 m_1+l_{c3}^2 m_3+l_1^2 m_4+I_1+I_3 \tag{4.3.}$$

$$d_{12}=d_{21}=(m_3 l_2 l_{c3}-m_4 l_1 l_{c4})\cos(q_2-q_1) \tag{4.4.}$$

$$d_{22}=l_{c2}^2 m_2+l_2^2 m_3+l_{c4}^2 m_4+I_2+I_4 \tag{4.5.}$$

$$\phi_1=g(l_{c1}m_1+l_{c3}m_3+l_1\,m_4)\cos(q_1) \tag{4.6.}$$

$$\phi_2=g(l_{c2}m_2+l_2 m_3-l_{c4}m_4)\cos(q_2) \tag{4.7.}$$

onde m_i é a massa da barra i, I_i é a inércia rotacional da barra i em torno do seu centro de massa e g é a aceleração da gravidade. A partir da equação (4.4.) pode-se verificar que é possível desacoplar as dinâmicas das juntas, bastando para tal que se verifique

$$m_3 l_2 l_{c3}-m_4 l_1 l_{c4}=0 \tag{4.8.}$$

e deste modo os termos d_{12} e d_{21} tornam-se zero. Como as suas derivadas também se tornam nulas, então os termos de *Coriolis* também se tornam zero, o que significa que as juntas 1 e 2 podem ser controladas independentemente uma da outra. Para anular os efeitos gravíticos em cada uma das juntas, levando as equações 4.6. e 4.7. a zero, as soluções serão respectivamente

$$l_{c1}m_1+l_{c3}m_3+l_1\,m_4=0 \tag{4.9.}$$

$$l_{c2}m_2+l_2 m_3-l_{c4}m_4=0 \tag{4.10.}$$

Mas para que a equação (4.9.) tenha solução é necessário que um dos termos seja negativo. A escolha recai sobre o centro de massa do elo 1, pelo que deve verificar-se $l_{c1} < 0$. Deste modo a configuração da estrutura será um pouco diferente já que a barra 1 deverá ter uma extensão como mostra a figura 4.6. Uma nova variável $l_{c1}^{'} = -l_{c1}$ é introduzida para que todos os parâmetros tenham valores positivos. O manipulador tem também a propriedade de l_{c3}>l_1 como menciona [Ching, 1996].

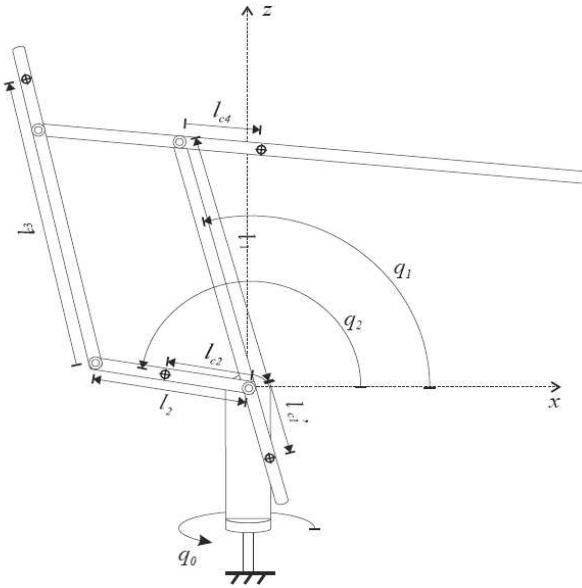



Figura 4.6 - Esquema do manipulador equilibrado graviticamente

A equação dinâmica completa da plataforma fica então

$$\begin{bmatrix} \tau_0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{00}(q_1, q_2) & 0 & 0 \\ 0 & d_{11} & 0 \\ 0 & 0 & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial d_{00}}{\partial q_1} \dot{q}_0 \dot{q}_1 + \frac{\partial d_{00}}{\partial q_2} \dot{q}_0 \dot{q}_2 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial d_{00}}{\partial q_1} \dot{q}_0^{\,2} \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial d_{00}}{\partial q_2} \dot{q}_0^{\,2} \end{bmatrix} \tag{4.11.}$$

A equação (4.2.) relativa ao termo d_{00} pode ser simplificada usando a equação (4.8.):

$$\begin{aligned} d_{00} &= (l_{c1}^2 m_1 + l_{c3}^2 m_3 + l_1^2 m_4 + I_1 + I_3)\cos^2(q_1) + (l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + l_{c4}^2 m_4 + I_2 + I_4)\cos^2(q_2) \\ &+ 2\cos(q_1)\cos(q_2)(m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}) = d_{11}\cos^2(q_1) + d_{22}\cos^2(q_2) \end{aligned} \tag{4.12.}$$

Com esta reestruturação a equação da dinâmica pode então ser escrita na forma seguinte:

$$\begin{bmatrix} \tau_0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{00}(q_1, q_2) & 0 & 0 \\ 0 & d_{11} & 0 \\ 0 & 0 & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -d_{11}\dot{q}_0\dot{q}_1 - d_{22}\dot{q}_0\dot{q}_2 \\ \frac{1}{2} d_{11}\dot{q}_0^{\,2} \\ \frac{1}{2} d_{22}\dot{q}_0^{\,2} \end{bmatrix} \tag{4.13.}$$

A matriz de inércia torna-se então função de q_1 e q_2. O segundo termo no lado direito da equação (4.13.) representa a dinâmica acoplada entre as juntas 0 e 1 e entre 0 e 2. A dinâmica entre as juntas 1 e 2 encontra-se desacoplada devido a (4.8.).

4.3 Cálculo dos parâmetros da plataforma

Para determinar os valores de massas e comprimentos da estrutura que melhor satisfaz os requisitos de equilíbrio gravítico e mínimo de inércia foi usado o algoritmo descrito no apêndice C. Como os parâmetros d_{11} e d_{22} da matriz de inércia tomam valores constantes mas o parâmetro d_{00} depende destes dois últimos e dos ângulos q_1 e q_2 torna-se muito difícil determinar os parâmetros ideais que tornariam a estrutura dinamicamente equilibrada. A solução passa por minimizar os valores das inércias d_{11} e d_{22}, e obter uma estrutura a mais leve possível de modo a que o helicóptero não tenha de suportar demasiada inércia quando se movimenta fazendo a estrutura girar sobre a junta 0. Os valores obtidos para a estrutura a implementar estão apresentados na tabela 4.1.

A descrição de cada parâmetro da tabela encontra-se no apêndice B.

Barra 1		**Barra 2**		**Barra 3**		**Barra 4**	
Parâmetro	**Valor**	**Parâmetro**	**Valor**	**Parâmetro**	**Valor**	**Parâmetro**	**Valor**
m_1	1,7 kg	m_2	0,128 kg	m_3	0,38 kg	m_4	0,408 kg
m_{l1}	0,217 kg	l_2	0,21 m	m_{l3}	0,244 kg	l_{c4}	0,228 m
m_{h1}	1,465 kg	l_{c2}	0,105 m	m_{h3}	0,12 kg	l_{4t}	0,97 m
l_{h1}	0,032 m	l_{2t}	0,27 m	l_{h3}	0,2 kg	m_{h4}	0 kg
l_1	0,3 m			l_{3t}	0,607 m		
l_{1t}	0,542 m			l_{c3}	0,35 m		
l'_{c1}	0,15 m						

Tabela 4.1 Parâmetros calculados para a implementação da estrutura

Recorrendo ao auxílio do *Solidworks*® 2007 construiu-se um modelo protótipo desta estrutura. A figura 4.7 representa o modelo protótipo da plataforma juntamente com o helicóptero e uma base que permite a movimentação nos 3 graus de liberdade da atitude. Como se pretende que o helicóptero se movimento dentro de um determinado espaço, simulando a ausência de objectos físicos que restrinjam o seu movimento, como o caso da plataforma, esta última deve ser projectada de forma a que para qualquer configuração esta esteja graviticamente equilibrada. A figura 4.8 apresenta o centro de massa da estrutura (a cor lilás), sem o helicóptero, para algumas configurações, e respectivas coordenadas do centro de massa da estrutura. O referencial inércial está representado em cada imagem (para melhor compreensão: verde - eixo y; vermelho - eixo x; azul - eixo z).

Figura 4.7 Protótipo da plataforma em *Solidworks*® 2007

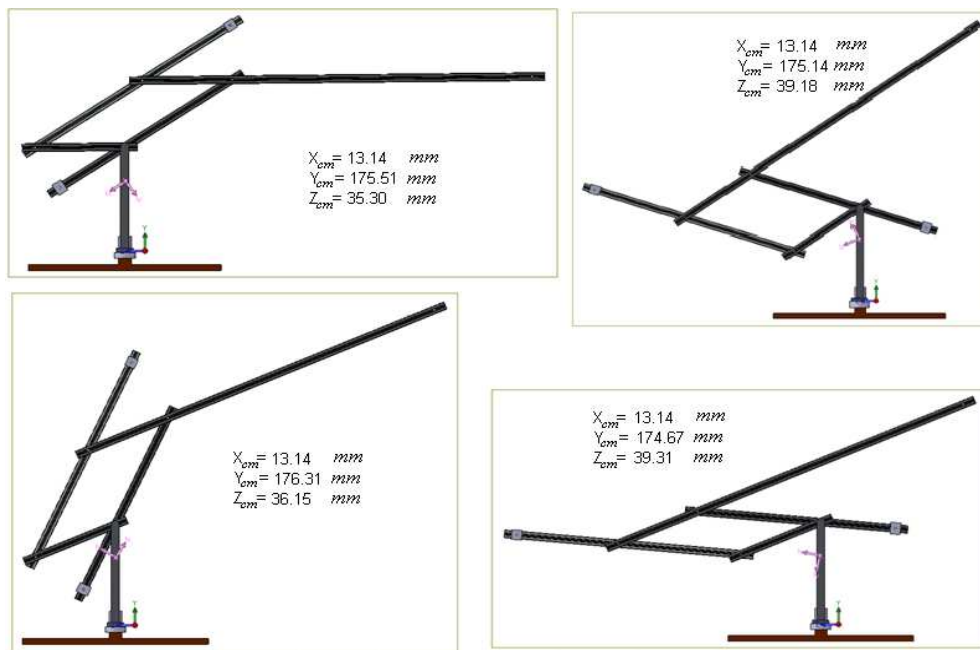



Figura 4.8. Centros de massa para algumas configurações da base

Observando a figura 4.8, e assumindo que o movimento é feito apenas no plano (YZ), ou seja, ignorando o movimento em torno da junta 0, verifica-se que a coordenadas Z do centro de massa varia pouco consoante a configuração da base, como se pretende. Segundo o referencial representado, a junta 1, sobre a qual se apoiam os 4 braços, tem o seu centro na coordenada Z=37,13mm. Pretende-se portanto que o centro de massa da estrutura não se desvie muito deste valor, de modo a que esta fique equilibrada sobre este ponto. Verifica-se que em média o centro de massa da estrutura localiza-se em Z= 37,974 com um desvio de cerca de 2,464 mm.

A figura 4.9 apresenta a base construida com os materiais disponibilizados. Verificou-se com sucesso o equilibrio em qualquer configuração. Foram também acrescentados batentes em algumas zonas por forma a que o helicóptero não corra o perigo de embater no chão ou na

própria base, assim como esta última no chão. A base pode ser utilizada para outras aplicações e os batentes podem ser removidos ou deslocados.

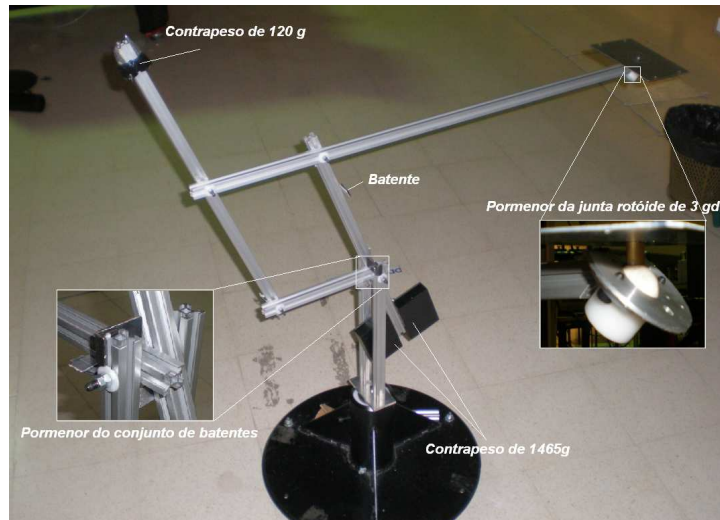



Figura 4.9 Base construída

A figura 4.10 mostra a vermelho a área de trabalho do braço, onde q_1 varia entre 55º e 218º, q_2 varia entre 180º e 230º e q_3 varia entre 50º e 160º. A base pode girar em torno da vertical sem restrições.

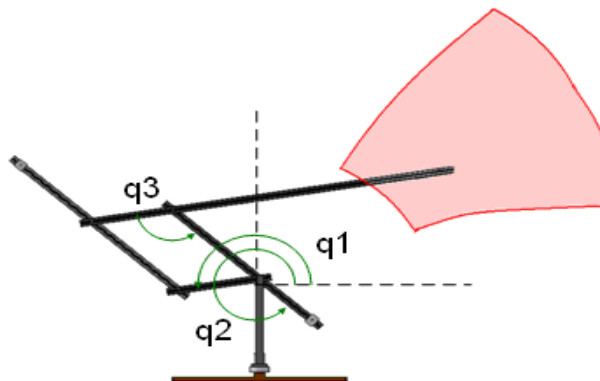



Figura 4.10 Área de trabalho do braço

Capítulo 5

Controlo em ambiente de Simulação

Nesta secção é descrito o trabalho desenvolvido no projecto de controladores para um modelo de helicóptero em simulação recorrendo ao auxílio do MATLAB® e Simulink®. O objectivo deste capítulo é demonstrar a eficácia de alguns métodos de controlo de sistemas aplicados a helicópteros. É apresentada uma abordagem sistemática para testar controladores simplificados com vista a obter voos autonomos não-agressivos, mais especificamente o modo de voo pairado. O modelo utilizado é um modelo linearizado em torno do ponto de voo pairado para um helicóptero de modelismo a combustão, *Yamaha RMAX R50*, identificado por Mettler em vários dos seus trabalhos no instituto *Carnegie Mellon* [Mettler, 1999, 2000 & 2002], e válido para helicópteros do mesmo tamanho. Este modelo é muito utilizado em vários trabalhos relacionados com o controlo de helicópteros e projectos de UAV's como o caso de [Lutfi *et al*, 2005], [Castillo-Effen *et al*, 2007] e [Zhao & Murthy, 2009].

5.1 Modelo linear do Yamaha RMAX R50

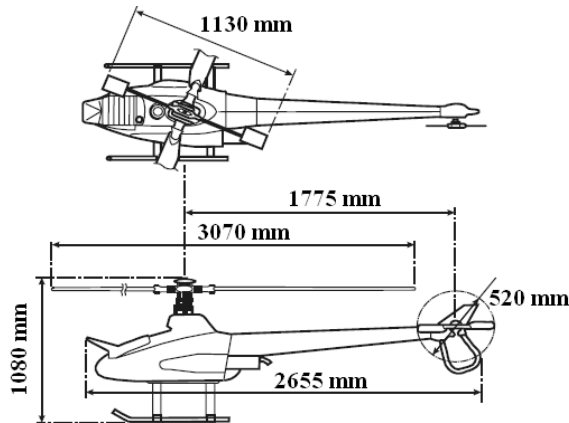
O *RMAX* é um helicóptero comercialmente disponível e projectado para operar em pulverização de plantações. As características do aparelho estão descritas na tabela 5.1. Este usa um rotor de duas pás com uma barra estabilizadora do tipo Bell-Hiller (ver secção 2.9).

Dimensões	ver figura
Velocidade do rotor	850 rpm
Velocidade na ponta da pá	136,9 m/s
Peso s/instrumentação	44 kg
Peso c/instrumentação	68 kg
Tipo de motor	Combustão
Autonomia de voo	30 minutos

Tabela 5.1. Características do Yamaha R50

O modelo em espaço de estados que traduz a dinâmica deste helicóptero foi identificado por [Mettler,2002] e corresponde a um modelo de 13 estados linearizado em torno do ponto de voo pairado (ver secção 3.1.). O modelo utilizado para projectar os controladores em simulação

está representado na equação (5.1.). As variáveis de controlo tomam os valores apresentados na tabela 5.2.

$$
\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ a \\ \dot{b} \\ \dot{w} \\ \dot{r} \\ \dot{r}_{fb} \\ \dot{c} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}051 & 0 & 0 & 0 & 0 & -322 & -322 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}154 & 0 & 0 & 322 & 0 & 0 & 322 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}144 & 0{,}143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 166 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}056 & -0{,}057 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8{,}26 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2{,}174 & -4{,}109 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 8 & -2174 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15{,}43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9{,}75 & -131 & -0{,}614 & 0{,}93 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}030 & -3.53 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}0860 & -4{,}23 & -3{,}31 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2{,}16 & -8{,}26 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2{,}924 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2{,}924 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ \phi \\ \theta \\ a \\ b \\ w \\ r \\ r_{fb} \\ c \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}680 & -2{,}174 & 0 & 0 \\ 3{,}043 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4{,}58 & 0 \\ 0 & 0 & -3{,}33 & 3{,}31 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}757 & 0 & 0 \\ 0{,}798 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{lat} \\ \delta_{lon} \\ \delta_{ped} \\ \delta_{col} \end{bmatrix} \qquad (5.1.)
$$

A matriz C do sistema é dada por $C=I_{13x13}$ e D é uma matriz nula de dimensão 13x4.

Variáveis de controlo	Descrição	Unidades
δ_{lat}	Controlo do passo cíclico lateral	Adimensional [-1,1]
δ_{lon}	Controlo do passo cíclico longitudinal	Adimensional [-1,1]
δ_{ped}	Controlo do leme	Adimensional [-1,1]
δ_{col}	Controlo do passo colectivo	Adimensional [-1,1]

Tabela 5.2 Variáveis de controlo

5.2 *Cinemática*

O modelo linear apresentado na secção 5.1. descreve a dinâmica do helicóptero em relação ao referêncial do corpo (ver figura 3.1). No entanto, quando se pretende que a aeronave percorra uma determinada trajectória, esta é naturalmente definida num referencial inercial. Como tal torna-se necessário proceder a uma transformação de coordenadas que permita obter a pose do aparelho no referencial fixo. Como [Mettler, 2002] define, a estrutura de controlo básica resultante é traduzida na forma representada na figura 5.1, onde *J(q)* corresponde à transformação de coordenadas, e *q* é o vector de posições lineares e angulares no referencial inercial. A transformação de coordenadas depende da posição do helicóptero no referencial inercial no instante de tempo anterior.

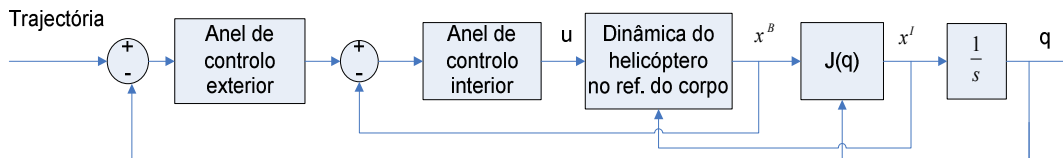



Figura 5.5.1 Estrutura de controlo com representação da transformação de coordenadas

O modelo dinâmico do helicóptero apresentado fornece os 13 estados definidos na secção 3.1., no entanto, no modelo real, muitos destes estados não são directamente mensuráveis, sendo que normalmente apenas as velocidades lineares e rotacionais nos são disponibilizadas, recorrendo por exemplo a sensores inerciais ou *encoders* de junta, caso a aeronave esteja fixa numa base de suporte e esta esteja devidamente instrumentada. Logo, os estados usados na transformação de coordenadas representam uma redução do vector de estados de saída do modelo dinâmico. Este vector, representado por x^B, contem as velocidades lineares e rotacionais do helicóptero. O vector q representa a saída do modelo com as variáveis que se pretendem controlar, e é obtido da integração de x^B. As variáveis mencionadas são a posição absoluta no referencial inercial (x,y,z) e os ângulos de atitude, *roll* ϕ, *pitch* θ e *yaw* ψ.

$$x^B = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T \tag{5.2.}$$

$$\mathrm{q} = \begin{bmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \tag{5.3.}$$

Para obter as correspondentes velocidades no referencial inercial é usada a equação 5.4. onde $J(q)$ representa a matriz Jacobiana.

$$x^I = J(q) \cdot x^B \tag{5.4.}$$

A mesma equação pode ser decomposta nos componetes translaccional (subscrito *t*) e rotacional (subscrito *r*) como mosta a equação (5.5.):

$$\begin{bmatrix} {}^I\dot{p}_B \\ \dot{\lambda}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t^I \\ x_r^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_t(q) & 0 \\ 0 & J_r(q) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_t^B \\ x_r^B \end{bmatrix} \tag{5.5.}$$

Segundo [Valavanis *et al*, 2007], a componente translaccional do veículo é igual à inversa da matriz de cosenos directores (ver equação (3.3.)):

$$J_t(q) = {}_B^I R = DCM^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & sen\phi\, sen\theta\cos\psi - \cos\phi\, sen\psi & \cos\phi\, sen\theta\cos\psi + sen\phi sen\psi \\ \cos\theta sen\psi & sen\phi\, sen\theta sen\psi + \cos\phi\, \cos\psi & \cos\phi\, sen\theta\, sen\psi - sen\phi\, sen\psi \\ -sen\theta & sen\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{5.6.}$$

A componente rotacional do jacobiano é dada pela equação (5.7.) (ver equação 3.4.):

$$J_r(q) = \begin{bmatrix} 1 & sen\phi\ tg\theta & \cos\phi\, tg\theta \\ 0 & \cos\phi & -sen\phi \\ 0 & sen\phi\ /\cos\theta & \cos\phi\ /\cos\theta \end{bmatrix} \tag{5.7.}$$

5.3 Análise do modelo

Para entender a dinâmica do sistema, representado pelo modelo em espaço de estados, é feita uma análise de estabilidade em anel aberto, assim como uma verificação de controlabilidade e observabilidade, essencial para determinar que tipo de controlo utilizar. Para analisar a estabilidade do sistema é necessário verificar se existem polos instáveis, que no plano real-imaginário surgem no semi-plano direito. A figura 5.2. mostra que existe um par de pólos positivos o que demonstra a existência de um modo instável em anel aberto.

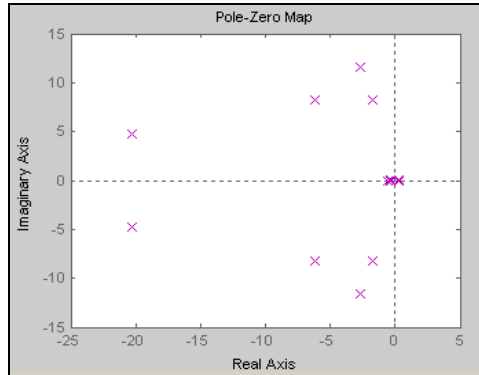



Figura 5.2 Mapeamento dos pólos do sistema para o modo de voo pairado

Na tabela 5.3 encontram-se exibidos os 7 modos do modelo com os respectivos vectores próprios, factores de amortecimento e frequências naturais.

	Valores	Factor de	Frequência Natural
Modo 1	0,305 ± 0.0923i	-0,957	0,319
Modo 2	-0,400 ± 0,0847i	0,978	0,409
Modo 3	-0,608	1,000	0,608
Modo 4	-1,698 ± 8,19i	0,203	8,363
Modo 5	-6,198 ± 8,2i	0,603	10,276
Modo 6	-2,662 ± 0,116i	0,224	11,9
Modo 7	-20,312 ± 4,74i	0,974	20,9

Tabela 5.3. Modos do sistema para o voo pairado

Excitando o sistema com cada um dos valores próprios unitários onbtém-se a resposta dinâmica para cada modo (ver apêndice C). O primeiro modo é um modo instável que afecta principalmente as velocidades lateral e longitudinal do helicóptero. O segundo modo é o modo mais lento e mais dominante e demonstra o acoplamento entre as três velocidades translaccionais. O terceiro modo é um modo de primeira ordem que afecta exclusivamente a velocidade vertical. O quarto modo mostra o acoplamento giroscópico entre as velocidades de rotação, e revela que a dinâmica rotacional é mais rápida que a translaccional. O quinto modo revela o acoplamento entre a taxa de variação do *pitch* e a dinâmica vertical. O sexto modo

demonstra que o giroscópio contribui para a dinâmica do sistema de uma forma ligeiramente não-amortecida, verificando-se também o natural acoplamento entre a taxa de *yaw, r,* e a taxa do giroscópio. Finalmente, o último modo é o mais rápido e traduz o acoplamento entre a variação do *pitch* e a velocidade vertical notando-se também um certo acoplamento com a translacção lateral. [Valavanis *et al*, 2007]

Conclusões:

- A dinâmica em voo estacionário é instável devido às velocidades lateral e longitudinal pelo que deve ser dada especial atenção aos controlos longitudinais e laterais no projecto de controladores.
- A dinâmica do *flapping* é desprezável, permitindo reduzir a ordem do modelo.
- Modos que consideram a taxa de *yaw* têm um factor de amortecimento mais elevado e não apresentam um grau de acoplamento muito elevado em relação às outras variáveis de estado.

5.3.1 Controlabilidade e Observabilidade

*"O sistema é **controlável** se for possível transferir o estado inicial do sistema em* t_0 , $x(t_0)$*, para um estado final* t_1*,* $x(t_1)$*, por meio de uma acção de controlo finita num tempo finito* t*,* $t_0 \leq t \leq t_1$." – [Botto, 2006]

A matriz de controlabilidade é dada por:

$$C_0 = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \qquad (5.8.)$$

Onde A e B são as matrizes do sistema.

Todos os estados do sistema são controláveis se a característica da matriz de controlabilidade, C_0, for igual à ordem do sistema, *n*, ou seja, se $rank(C_0) = n$.

No entanto, avaliar a controlabilidade directamente apartir da matriz de controlabilidade pode conduzir a erros já que esta é muito sensivel a problemas numéricos [Valavanis *et al*, 2007]. A função *ctrbf* do Matlab® é usada como alternativa, decompondo o sistema em subspaços controlaveis e não-controlaveis, sendo mais robusta a erros numéricos. Usando esta função, para o sistema analisado neste capítulo, verifica-se que este é de facto controlável pois $C_0=n=13$.

*"O sistema é **observável** se for possível determinar o estado inicial do sistema em* t_0 , $x(t_0)$*, através do conhecimento da evolução da saída* $y(t)$*, num tempo finito* t*,* $t_0 \leq t \leq t_1$." – [Botto, 2006]

A matriz de observabilidade é dada por

$$C_0 = \begin{bmatrix} C & CA & \cdots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T \quad (5.9.)$$

onde A e C são matrizes do sistema.

Todos os estados do sistema são observáveis se a característica da matriz de observabilidade, O_0, for igual à ordem do sistema, n, ou seja, se $rank(O_0) = n$.

À semelhança da controlabilidade, avaliar a observabilidade directamente apartir da matriz de observabilidade pode conduzir a erros devido à sensibilidade a problemas numéricos [Valavanis *et al*, 2007]. A função *obsvf* do Matlab® é usada como alternativa, decompondo o sistema em subspaços observaveis e não-observaveis. Usando esta função verifica-se que o sistema usado neste trabalho é observável pois $O_0=n=13$.

5.3.2 Escolha dos pares entrada/saída

O proximo passo consiste em entender como cada entrada do sistema afecta cada uma das variáveis de saída. Para tal calculam-se os ganhos estáticos (*DC-gains*) do sistema. Através destes tem-se uma perspectiva de como as variaveis estão acopladas entre si e serve também para decidir quais os pares entrada/saída apropriados para projectar os controladores. Os ganhos estáticos, H_{DC} são calculados usando a seguinte equação:

$$H_{DC} = C(-A)^{-1}B \quad (5.10.)$$

Uma vez a matriz de ganhos calculada (ver apêndice C), usa-se o Vector de Ganhos Relativos, RGA (*relative gain array),* como uma medida para avaliar os pares entrada/saída, de modo a ser possivel aplicar técnicas de controlo descentralizado [Goodwin *et al*, 2000]. O RGA corresponde a uma matriz Λ, com *ij* elementos obtidos por:

$$\lambda_{ij} = \left[G_0(0)\right]_{ij} \left[G_0^{-1}(0)\right]_{ji} \quad (5.11.)$$

onde $[G_0(0)]_{ij}$ corresponde ao elemento *ij* da matriz de ganhos estáticos e $[G_0^{-1}(0)]_{ij}$ a inversa desta. Esta é uma forma de medir a sensibilidade entre a entrada *i* e a saída *j*.

Escolhendo como pares entrada/saída os pares $\delta_{lat} \rightarrow \phi, \delta_{lon} \rightarrow \theta, \delta_{ped} \rightarrow r, \delta_{col} \rightarrow w$, e usando o RGA obtém-se a matriz seguinte:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0{,}8554 & 0{,}1446 & 0 & 0 \\ 0{,}1446 & 0.8554 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}0156 & -0{,}0156 \\ 0 & 0 & -0{,}0156 & 1{,}0156 \end{bmatrix} \quad (5.12.)$$

O facto dos elementos diagonais da matriz (5.12.) estarem próximos de 1, e os restantes iguais ou próximos de 0, permite concluir que a escolha dos pares entrada/saída efectuada é correcta.

Para o projecto de controladores SISO torna-se necessário verificar se o sistema MIMO está fortemente acoplado. Um método utilizado para verificar este grau de acoplamento é verificar a dominância diagonal da matriz de funções de transferência do sistema, esta última podendo ser obtida apartir da função *zpk* do MATLAB®. [Valavanis *et al*, 2007] apresenta um método para calcular a dominância diagonal e comprova que o modelo em espaço de estados que representa o *Yamaha R50* para voo pairado tem uma dinâmica com dominância diagonal, como mostra a figura 5.3 Esta medida depende da frequência e calcula-se ao longo da largura de banda do sistema.

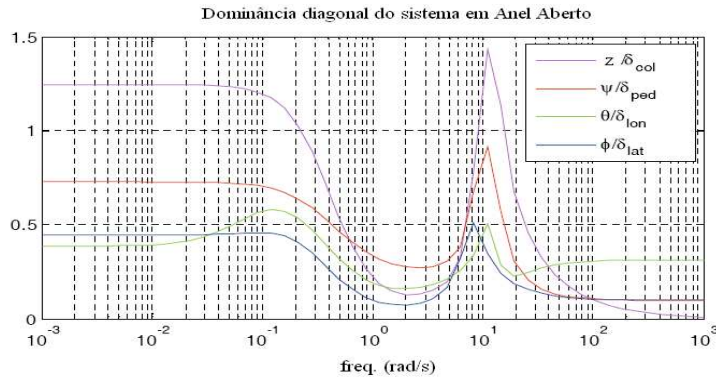



Figura 5.3. Dominância diagonal do sistema [Valavanis *et al*, 2007]

Observando a figura 5.3 verifica-se uma dominância diagonal inferior a 1 para quase todos os pares escolhidos, sendo esse o requerimento para se considerar que o sistema pode ser controlado com controladores SISO. No caso do par 'altura/controlo colectivo' a dominância chega a um valor máximo de 1,5, mas considera-se um valor aceitável [Valavanis et al , 2007].

Concluindo, a escolha do método de controlo passa por verificar uma série de requisitos. Caso o sistema não seja controlável nem/ou observável, métodos de controlo mais avançados devem ser analisados. Para sistemas que satisfazem esses requisitos testa-se a dominância diagonal. Se esta for menor que 1, podem ser usadas técnicas de controlo lineares como o LQR ou controlo PID. No caso contrário recorrem-se a outros métodos de controlo MIMO.

5.4 Projecto de controladores PID

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) é um controlador de realimentação cujo objectivo é corrigir o erro, e(t), entre a medida de um processo e a referência desejada. O algoritmo do PID envolve três parâmetros: os ganhos proporcional, integral e derivativo. O ganho proporcional (K_P) determina a reacção ao erro actual, fornecendo uma acção de controlo que é directamente proporcional ao erro. Este reduz o efeito das perturbações e reduz o erro de seguimento, mas não elimina erros estacionários. O termo integral é uma soma de todos os

erros ao longo do tempo e é multiplicado pelo ganho integral (K_I). Este elimina o erro estacionário mas pode provocar um sobreimpulso e oscilações indesejadas. O termo derivativo resulta da diferença entre o erro actual e os erros anteriores, sendo multiplicado pelo ganho derivativo (K_D). A acção derivativa traduz-se num carácter antecipatório da acção correctiva e a reacção a desvios torna-se mais rápida [Botto, 2007]. A soma destes três termos é usada para corrigir o erro (figura 5.4). O controlador PID pode ser afinado sem se conhecer o modelo do sistema, simplesmente alterando os ganhos. Pela sua simplicidade é um tipo de controlo muito usado em aplicações de UAV.

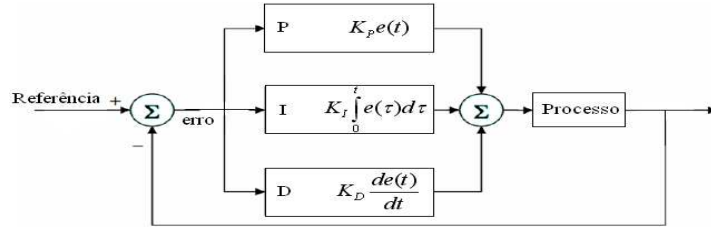



Figura 5.4 Esquema de controlo PID

Na secção 5.3. mostrou-se que técnicas de controlo descentralizadas podem ser aplicadas neste modelo. Assim, os acoplamentos existentes são considerados como uma forma de perturbação, e o sistema MIMO é tratado como um conjunto de quatro sistemas SISO, como apresentado na figura 5.5.

Os controladores PID são facilmente afinados se a dinâmica do processo for conhecida e se os modelos forem de primeira ou segunda ordem. No entanto, no caso dos helicópteros, os modelos são de ordem elevada, o que torna o processo de afinação dos parametros PID bastante mais demorada. Por conseguinte, é usado um processo de optimização para calcular os valores dos ganhos de cada controlador PID. A função objectivo da optimização é a minimização do Integral do Erro Absoluto (IAE) [Chang & Yan, 2004]:

$$IAE = \int |e(t)| dt \tag{5.13.}$$

Onde e(t) corresponde ao erro entre o degrau de referência e a saída do sistema.

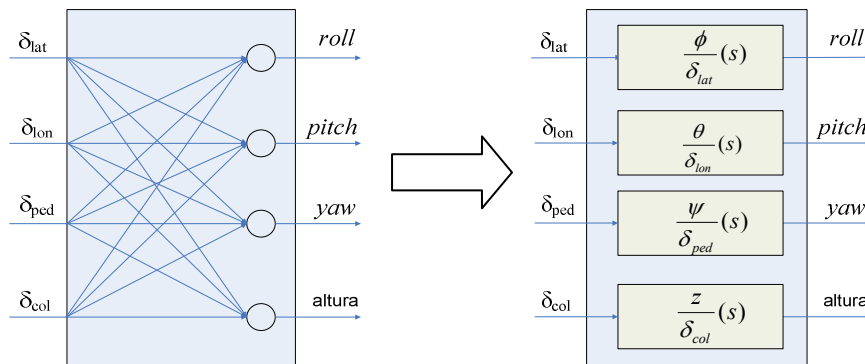



Figura 5.5 Desacoplamento do sistema

5.4.1 Anel de controlo interno

Para o anel de controlo interno, como já foi mencionado, pretende-se usar controladores que estabilizem as variáveis de atitude do helicóptero, sendo estas os ângulos *roll* (Φ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ) e a altura, *z*. A figura 5.6 mostra com clareza o esquema de controlo pretendido.

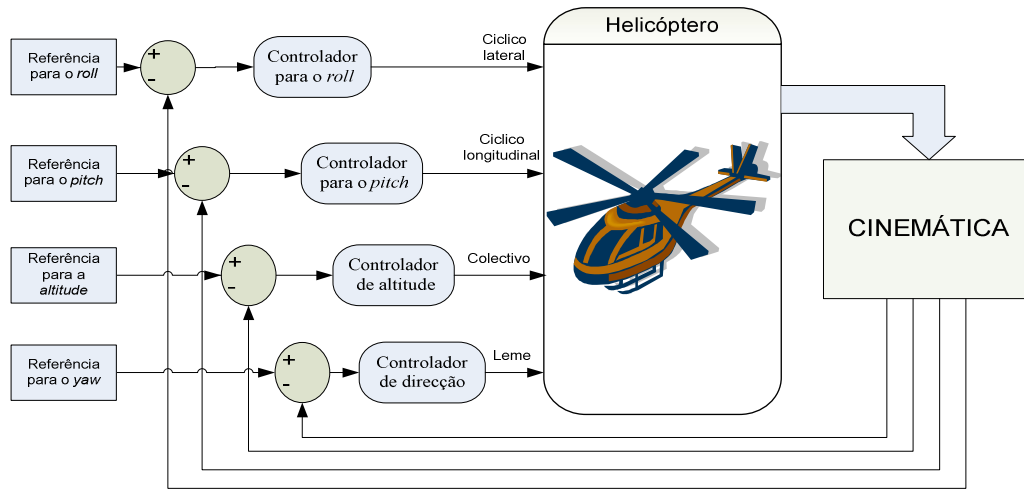



Figura 5.6. Esquema do anel de controlo interno

Para determinar os ganhos de cada controlador PID recorreu-se à toolbox *Response Optimization* do Simulink® Esta ferramenta permite optimizar o desempenho de sistemas de controlo em anel fechado, desde PID até arquitecturas com anéis múltiplos. No caso presente, cada um dos controladores é optimizado usando como referência um degrau unitário e, fornecendo restrições na resposta no tempo, como tempo de subida, tempo de estabelecimento e máximo sobre-impulso, determinam-se os ganhos PID que satisfaçam essas restrições. Cada controlador é optimizado independentemente, mantendo nulas as referências aos restantes controladores.

O algoritmo 5.1. foi usado para determinar o anel de controlo interior óptimo. O critério de paragem do algoritmo é a alteração do valor do *IAE* de cada controlador a cada iteração. Quando este valor, representado por ε, for inferior a 0,01 o algoritmo termina.

Algoritmo 5.1.

1. Fazer ε = 0,01;
2. Fazer k=1;
3. Inicializar os ganhos dos controladores PID escolhidos arbitrariamente;
4. Calcular os valores de *IAE(k)* ;
5. Fazer ε*=| *IAE(k)*- *IAE(k-1)*|;

6. Se ε*<ε, o algoritmo termina, caso contrário ir para o ponto 7;
7. Optimizar os ganhos do controlador da altura;
8. Optimizar os ganhos do controlador do *yaw*;
9. Optimizar os ganhos do controlador do *pitch;*
10. Optimizar os ganhos do controlador do *roll;*
11. Fazer k=k+1 e voltar ao ponto 4.;

Os critérios de optimização escolhidos para cada controlador foram os seguintes: tempo de subida máximo de 2,5 s, tempo de estabelecimento de 7,5 s e máximo sobreimpulso de 30%. A figura 5.7 apresenta as respostas a degraus do controlador interno (degrau de 2º para o *roll* e *pitch*, 10º para o *yaw* e 10 metros para a altura).

Os ganhos dos controladores estão apresentados na tabela 5.4.

	K_P	K_I	K_D
Roll	4,9512	2,5582	3,1509
Pitch	32,4446	0,0291	31,5484
Yaw	1,7691	0	1,4086
Altura	4,1328	0,0036	4,1461

Tabela 5.4. Ganhos PID do anel de controlo interior

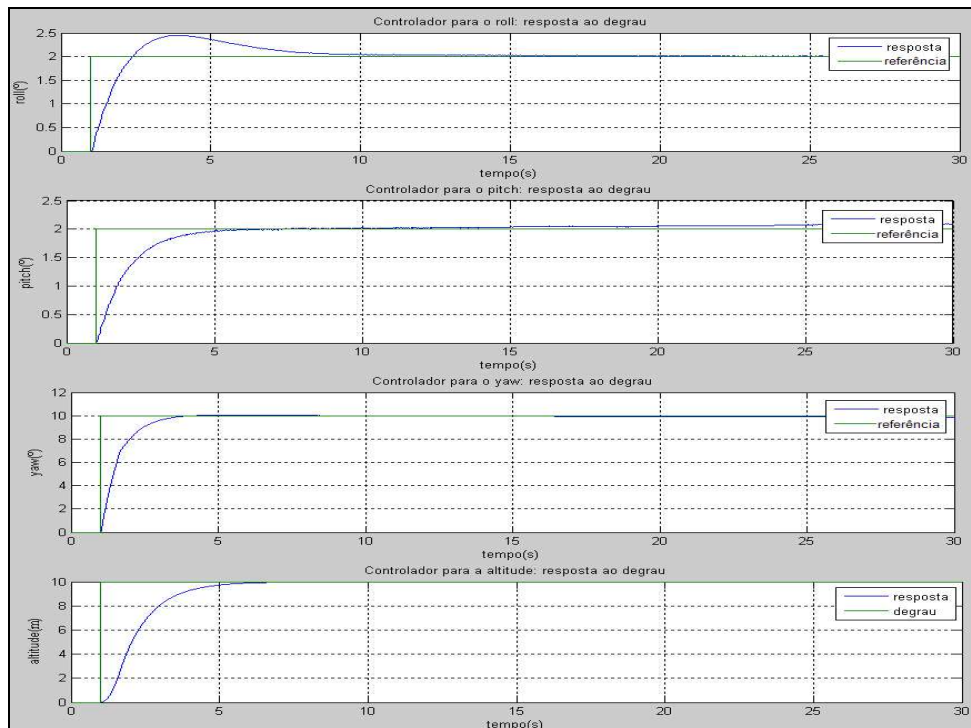



Figura 5.7 Respostas a degraus do controlador interno

5.4.2 Anel de controlo de velocidade

O anel de controlo de velocidade recebe como referências a velocidade longitudinal, *u*, e a velocidade lateral, *v*, pretendidas, no referencial do helicóptero. A saída destes controladores são usadas como referências no controlador de atitude interno (figura 5.8).

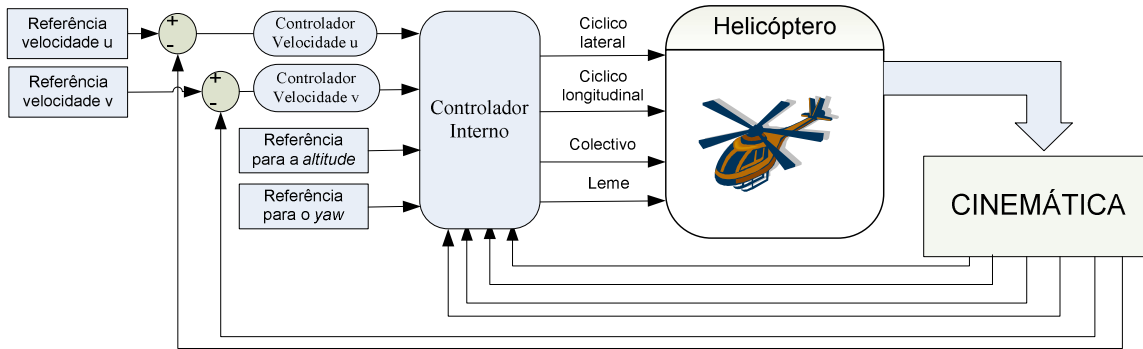



Figura 5.8. Controlador de velocidade

Os ganhos dos controladores do anel de velocidade foram calculados da mesma forma que os do controlador de atitude. O algoritmo 5.1. foi usado para determinar o anel de controlo de velocidade óptimo, mas os pontos 7. a 10. são substituidos pela optimização do controlador de velocidade longitudinal e optimização do controlador de velocidade lateral.

Os critérios de optimização escolhidos para cada controlador foram os seguintes: tempo de subida máximo de 5 s, tempo de estabelecimento de 10 s e máximo sobreimpulso de 20%. A figura 5.9 apresenta as respostas a degraus do controlador de velocidade (referência de 5m/s).

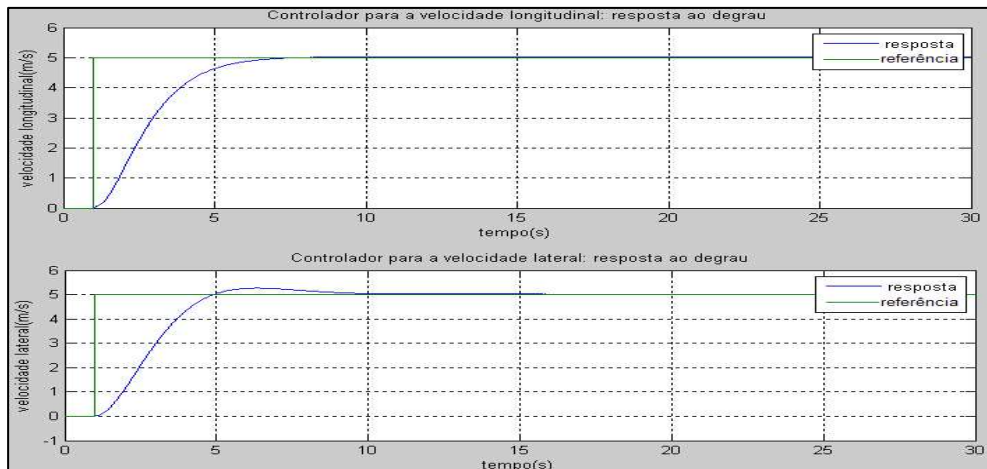



Figura 5.9 Respostas a degraus do controlador de velocidade

Os ganhos dos controladores estão apresentados na tabela 5.5.

	K_P	K_I	K_D
Velocidade u	1,8547	0,0886	0,0112
Velocidade v	0,9029	0,1719	0,0604

Tabela 5.5 Ganhos dos controladores de velocidade

5.4.3 Anel de controlo de posição

O anel de controlo de posição é o anel mais exterior do sistema de controlo aqui projectado e permite indicar ao helicóptero uma determinada trajectória a percorer no referencial inercial. As referência dadas a este controlador são portanto as coordenadas x e y no referencial inercial, e as saídas por sua vez são usadas como referências dos controladores de velocidade. Os comandos para controlar o helicóptero numa trajectória especifica dependem não só do erro de posição como também da orientação deste. Assim sendo é necessário utilizar um bloco de correcção que fornece as medidas de erro correctas para os controladores da posição em x e em y. A figura 5.10 traduz a correcção necessária, e as seguintes equações são usadas para calcular as medidas de erro correctas:

$$\alpha = a\tan 2\left((y_{ref} - y)/(x_{ref} - x)\right) \tag{5.14.}$$

$$\gamma = \alpha - \psi \tag{5.15.}$$

$$e_{lat} = e \cdot sen(\gamma) \tag{5.16.}$$

$$e_{lon} = e \cdot \cos(\gamma) \tag{5.17.}$$

Onde x_{ref} e y_{ref} são as coordenadas de referência, *x* e *y* são as coordenadas actuais no referêncial inercial, *e* é o erro entre a posição pretendida e a posição actual, ψ é o ângulo de orientação do helicóptero (*yaw*) e e_{lat} e e_{lon} são os correspondentes erros de posição lateral e longitudinal no referêncial do corpo.

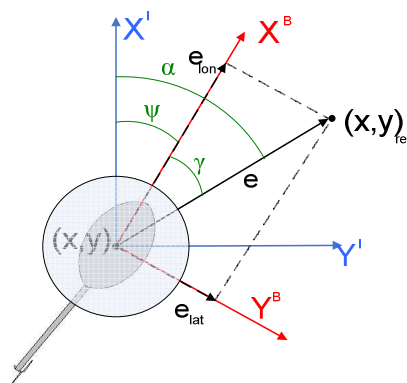



Figura 5.10 Correcção do erro de posição

Os ganhos dos controladores do anel de posição foram calculados da mesma forma que os dos controladores internos. O algoritmo 5.1. foi usado para determinar o anel de controlo de

posição óptimo, mas os pontos 7. a 10. são substituidos pela optimização do controlador de posição longitudinal, e de seguida a optimização do controlador de posição lateral.

Os critérios de optimização escolhidos para cada controlador foram os seguintes: tempo de subida máximo de 8 s, tempo de estabelecimento de 10 s e máximo sobreimpulso de 20%. A figura 5.11 apresenta as respostas a degraus do controlador de velocidade (degrau de 1m).

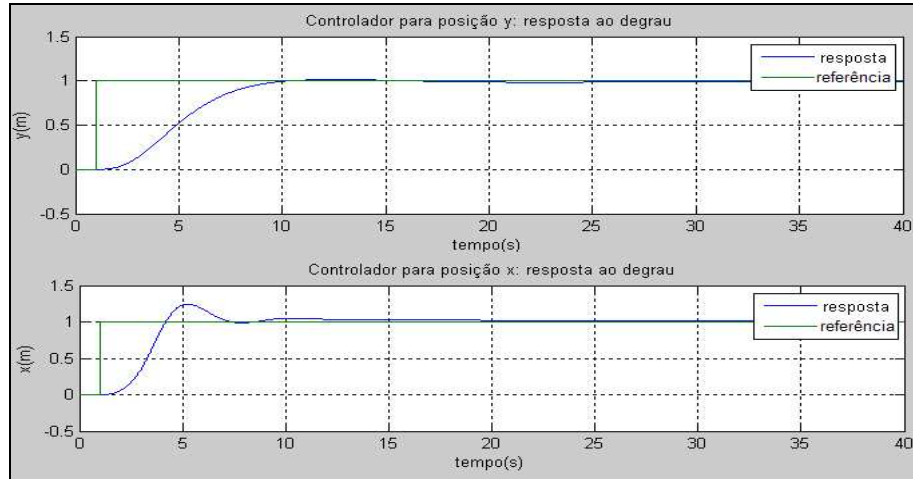



Figura 5.11 Respostas a degraus dos controladores de posição x e y

Os ganhos dos controladores estão apresentados na tabela 5.6.

	K_P	K_I	K_D
Posição x	0,5	0,0029	$3{,}9433\text{x}10^{-5}$
Posição y	0.0788	$1.74\text{x}10^{-4}$	0.0062

Tabela 5.6. Ganhos dos controladores de posição

A figura 5.12 mostra o modelo criado em Simulink® com a estrutura em cascata referida. A azul estão apresentados os diferentes controladores, a azul claro o bloco de transformação de coordenadas (cinemática), a rosa a visualização das respostas às trajectórias pretendidas, por sua vez contruidas no bloco a cinzento. O modelo usado é o mesmo modelo linear utilizado no projecto dos controladores.

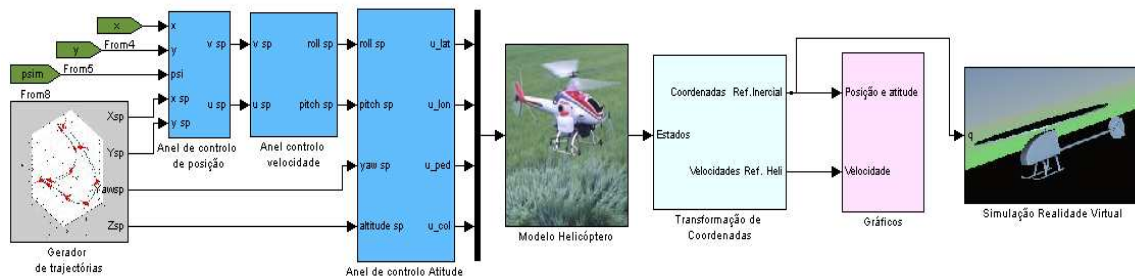



Figura 5.12 Modelo em Simulink® do sistema de controlo PID

5.5 Projecto do controlador LQR

O Regulador Linear Quadrático (LQR) é baseado na teoria de controlo óptimo cujo objectivo é encontrar um controlador que forneça o melhor desempenho possivel tendo em conta um determinado *critério de optimização*. Por exemplo, o controlador que usa a menor quantidade de energia do sinal de controlo de forma a levar a saída do sistema a zero. Neste caso o critério de optimização é a energia do sinal de controlo e da variação dos estados [Hespanha, 2007].

Para um sistema linear contínuo descrito pela equação (3.21.), a ideia base é resolver um problema de optimização que minimize o indice de desempenho dado por:

$$J = \int_0^T (x'Qx + u'Ru)dt \qquad (5.18)$$

onde *x* é o vector de estados, que neste trabalho se assume conter todos os estados de saída do modelo do sistema (*State-feedback LQR*), *u* é o vector das acções de controlo e *Q* e *R* são matrizes simétricas definidas positivas, usadas para calcular os ganhos de realimentação. Estas pesam, respectivamente, a importância de cada esatado, e a importância da acção de controlo. A lei de controlo de realimentação tem a forma $u=-K_{LQR}x$ onde K_{LQR} é a matriz de ganhos. Esta matriz é dada por:

$$K_{LQR} = R^{-1}B'P \qquad (5.19.)$$

Onde P é determinado resolvendo a equação algébrica de Riccati (ARE):

$$A'P + PA - PBR^{-1}B'P + Q = 0 \qquad (5.20.)$$

As matrizes Q e R são os parâmetros principais de projecto e são determinadas por experimentação. Uma primeira escolha pode ser feita através da regra de Bryson:

$$Q_k = \frac{1}{x_{i,\max}^2} \quad \text{e} \quad R_k = \frac{1}{u_{i,\max}^2} \qquad (5.21.)$$

O LQR requer um modelo preciso da dinâmica do sistema, sendo bastante usado em sistemas com instabilidade e acoplamentos [Roberts, 2007].

Nesta secção, o controlo da dinâmica do helicóptero regulação linear quadrático estacionário. Aplicando técnicas de controlo óptimo pretende-se obter melhor controlo do sistema com maior robustez em relação às técnicas lineares SISO. O controlo quadrático linear considera o sistema como sendo MIMO. O projecto baseia-se no entanto no mesmo principio de controlo em cascata. O controlador interno, constituido pelo LQR proriamente dito, é responsável pela estabilização das variáveis de estado referentes à atitude. O controlador externo é constituido por uma serie de controladores PID que definem a resposta dinâmica às referências

de trajectória x, y , z e ψ. O projecto do LQR assume que o controlador em realimentação tem acesso a todas as variáveis de estado. Como observado na secção 5.3.2. os pares entrada/saída mais adequados são $\delta_{lat} \rightarrow \phi, \delta_{lon} \rightarrow \theta, \delta_{ped} \rightarrow r, \delta_{col} \rightarrow w$. O controlador interno será então responsável por estabilizar estas variáveis. Os parâmetros usados para ajustar o desempenho do controlador são as matrizes Q e R. Estas pesam respectivamente os estados do sistema e a importância de cada entrada [Botto, 2006] e são determinadas por experimentação até se obterem respostas com as especificações pretendidas, que neste caso são a estabilização com o mínimo de sobreimpulso e oscilação possiveis, da resposta a um degrau. A matriz de realimentação é calculada usando a função *lqr* do Matlab® . A matriz obtida é responsável por garantir a estabilização das respostas, mas para que estas sigam correctamente as referências fornecidas é necessário projectar um sistema de seguimento *('tracking')* [Selow & Veiga, 2005].

A figura 5.13 esquematiza o sistema com controlo LQR e seguimento de referências.

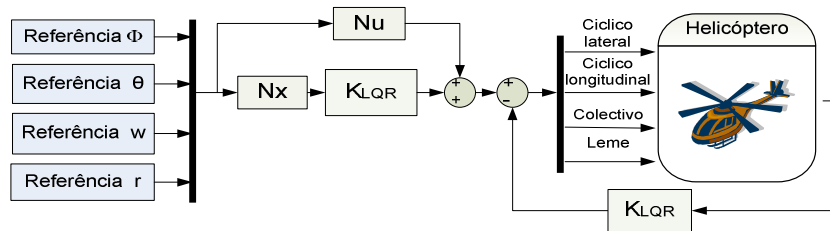



Figura 5.13 Sistema de controlo LQR

As matrizes Nx e Nu são usadas para garantir um erro estacionário nulo qualquer que seja a referência [*Ravi et al*, 2006]. A derivação destas matrizes está apresentada no apendice E. Para o caso em estudo, a matrizes Q e R usadas são as seguintes:

$$Q = 20 \cdot C' \cdot C \qquad (5.22.)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix} \qquad (5.23.)$$

onde C é a matriz do sistema, representada na página 42.

A matriz K_{lqr} obtida foi a seguinte:

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} -1.8 & 5 & 11.2 & -7.8 & 527 & 17.4 & 5.8 & 90.8 & 0 & 0 & 0.0015 & 11.6 & 433 \\ 5.8 & 2.2 & -1.4 & -29.2 & 66.3 & 611 & 112 & 13.5 & 0 & 0 & 0 & -489 & 521 \\ 0 & 0 & 0.0043 & 0.0032 & 0.019 & 0.012 & -0.0093 & -0.048 & 0.017 & 0.047 & -0.071 & -0.006 & -0.04 \\ 1.8 & -1.6 & -24.9 & -5 & -33.2 & -22.3 & -3.2 & 8.3 & -33.4 & -2.8 & 8.1 & -7.5 & 20.8 \end{bmatrix} \times 10^3 \qquad (5.24.)$$

As respostas do controlador LQR a degraus encontram-se apresentadas na figura 5.14:

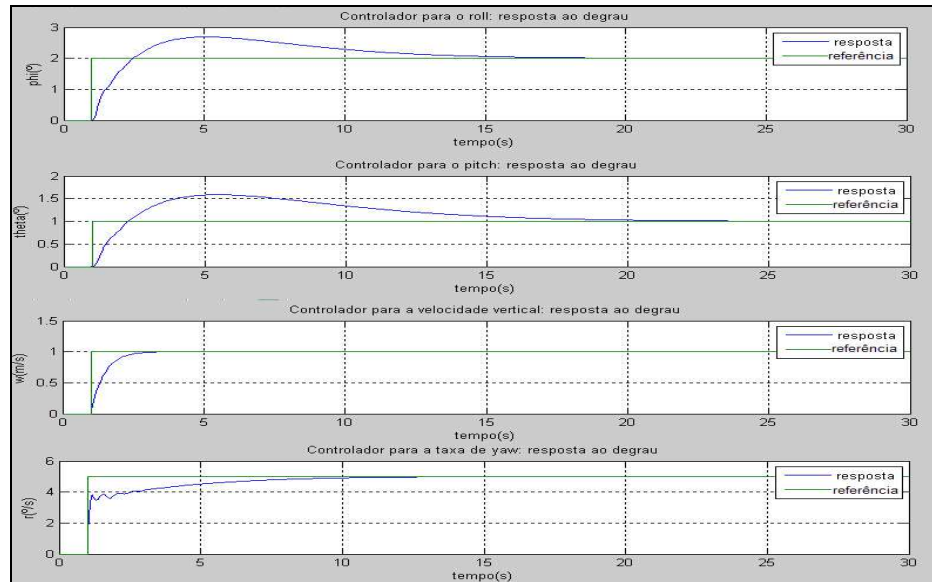



Figura 5.14 Respostas a degraus do controlador LQR

Na figura 5.14 observa-se que o controlador estabiliza as variáveis de controlo pretendidas do anel interior. Apesar de tudo, verifica-se a existência de sobre impulsos elevados nas variáveis de ângulo, que não foi possível serem eliminadas. Este pormenor não é problemático já que o controlador externo será responsável por lidar com esta dinâmica.

5.5.1 Anel de controlo de posição

Como já foi referido, o controlador LQR trata apenas da estabilização das variáveis de estado de saída do sistema que traduzem directamente a atitude da aeronave e lida com o acoplamento existente entre estas. Como tal, o controlador externo pode ser projectado usando técnicas SISO à semelhança da abordagem da secão 6.4. Neste caso, o mesmo bloco de correcção desenvolvido na secção 5.4.3. é também usado, assim como o algoritmo de optimização dos controladores para cada posição e a direcção. No entanto os critérios de optimização foram alargados para um tempo de estabilização mais elevado que no caso da secção 5.4.3., até se obterem resultados satisfatórios.

A tabela 5.7 e a figura 5.15 apresentam respectivamente os ganhos dos controladores PID e as suas respostas.

	K_P	K_I	K_D
Posição x	0,1067	0	0,4935
Posição y	0,1058	0	0,3037
Posição z	4,3996	0,0053	12,9995
Orientação	0,9835	0	1,6715

Tabela 5.7. Ganhos dos controladores de posição

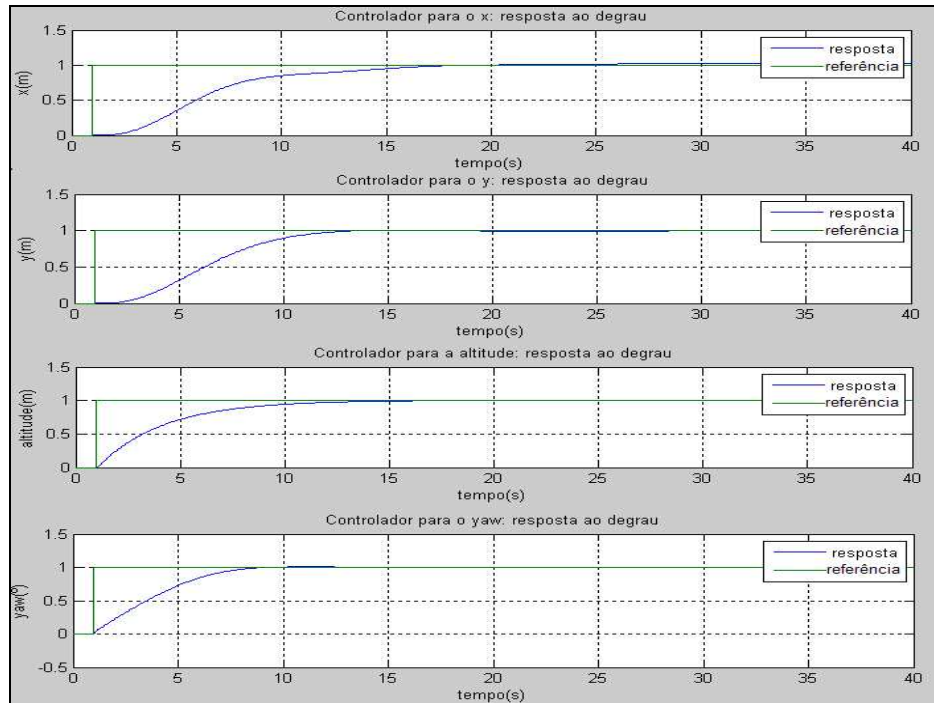



Figura 5.15 Respostas a degraus dos controladores de posição

Observando a figura 5.15 conclui-se que os controladores de posição e de direcção são eficazes e estabilizam num tempo considerado razoável, já que não se pretende que o helicóptero funcione a velocidades elevadas, tendo em conta que o modelo utilizado está definido para o modo de voo pairado.

O esquema de controlo projectado em Simulink está apresentado na figura 5.16.

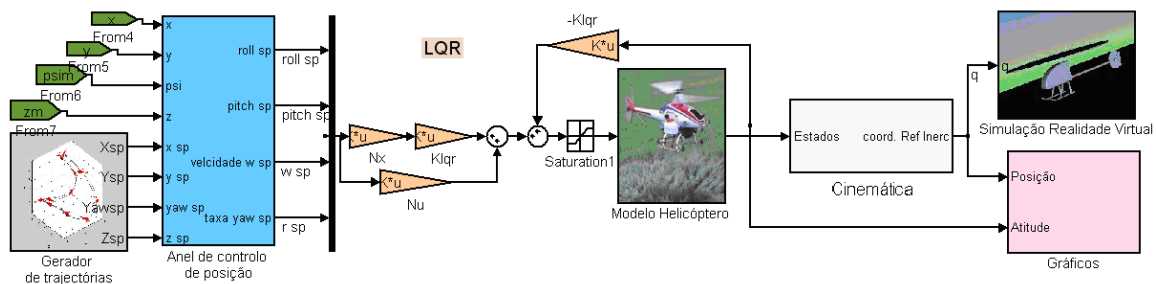



Figura 5.16 Modelo em Simulink do controlo LQR do helicóptero

5.6 Resultados

Nesta secção são apresentados e comparados os resultados obtidos com ambos os controladores, analisando as respostas a uma determinada trajectória de referência.

Foram feitos alguns testes em que se forneciam como referências determinadas trajectórias com comportamento suave com várias alterações de posição e orientação ao longo do percurso. Os resultados seguintes mostram as respostas a uma trajectória em forma de 8 em

que se pretende que o helicóptero se eleve até 20 metros de altura e percorra uma trajectória circular dupla com diâmetro de 100 metros. Durante o percurso, a orientação é também alterada. A figura 5.17 mostra as trajectórias percorridas pelo helicóptero, para cada controlador, em resposta a uma referência em forma de 8. A figura 5.18 mostra as projecções em XY, XZ e YZ dessas trajectórias, para melhor comparação.

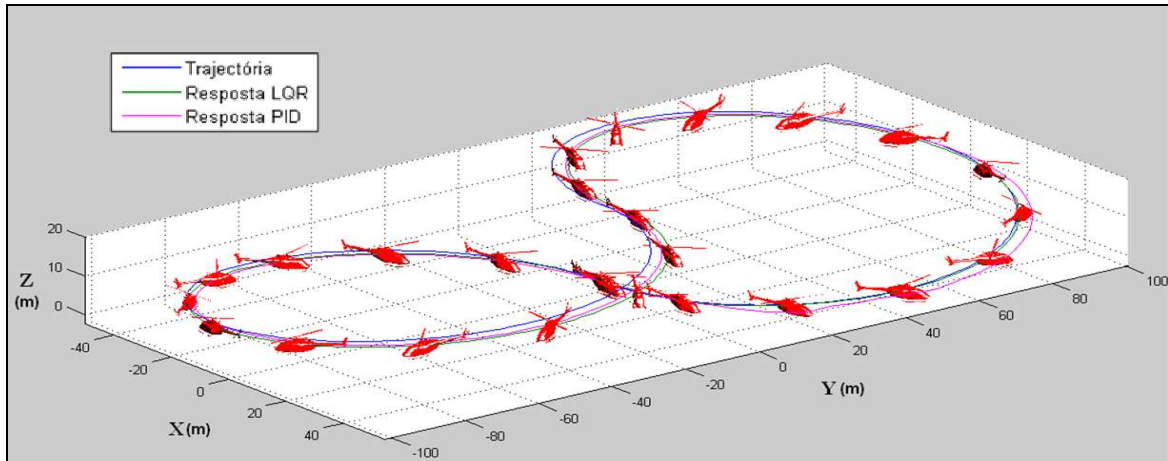



Figura 5.17 Resposta a trajectória de referência com forma de 8

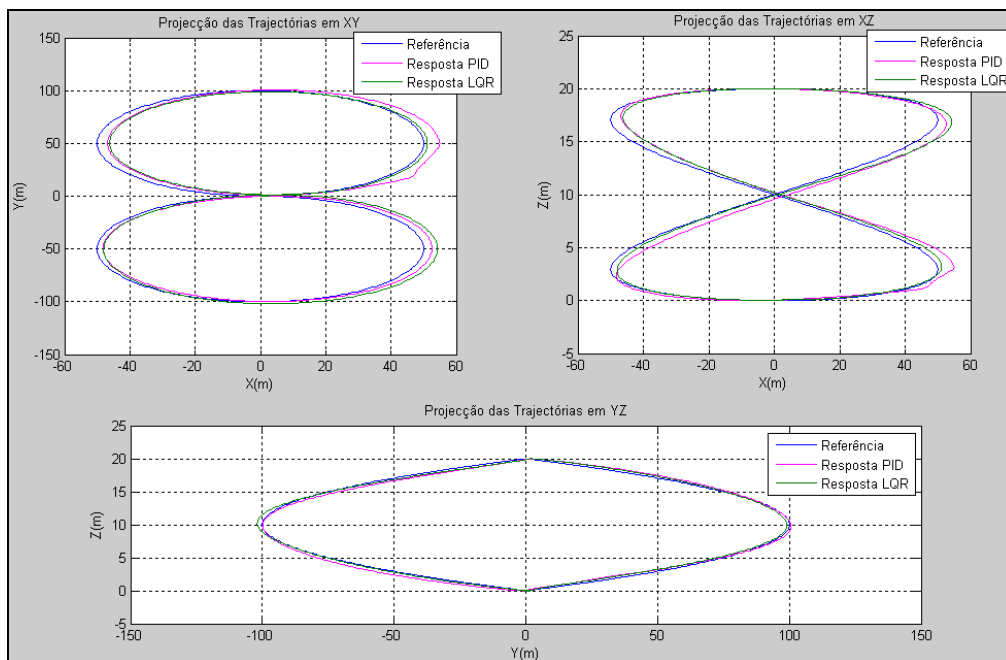



Figura 5.18 Projecções em XY, XZ e YZ das trajectórias

A figura 5.19 mostra a resposta em cada coordenada para o movimento apresentado em 5.17 e 5.18. A figura 5.20 mostra o erro em cada coordenada ao longo do movimento.

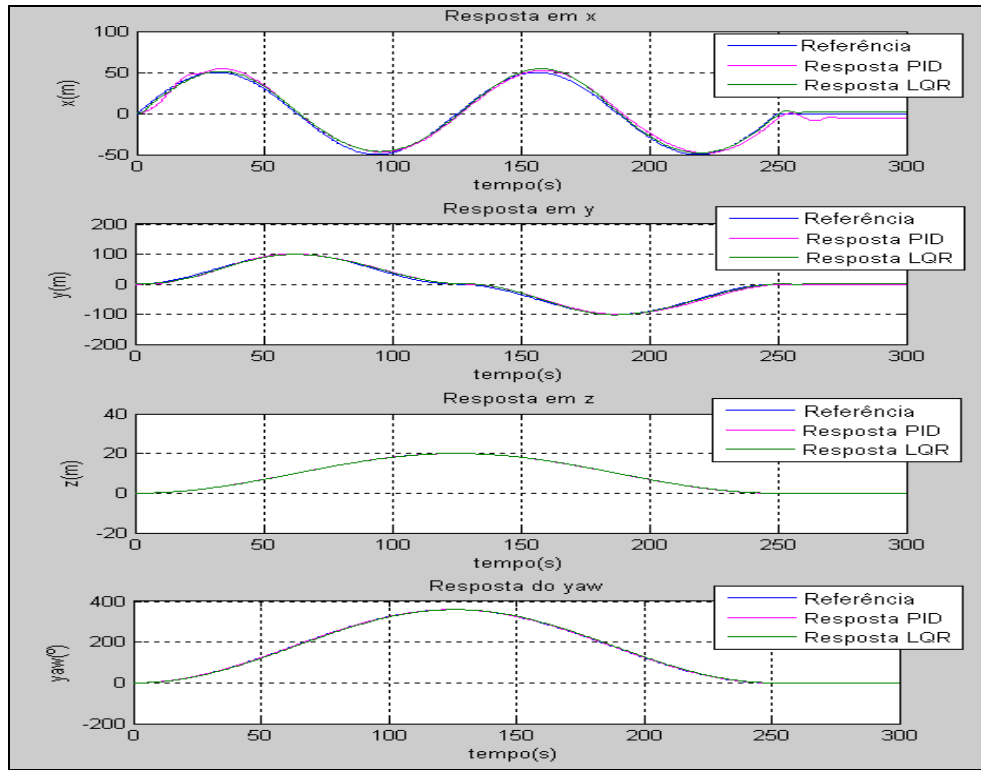



Figura 5.19 Resposta em cada coordenada e orientação

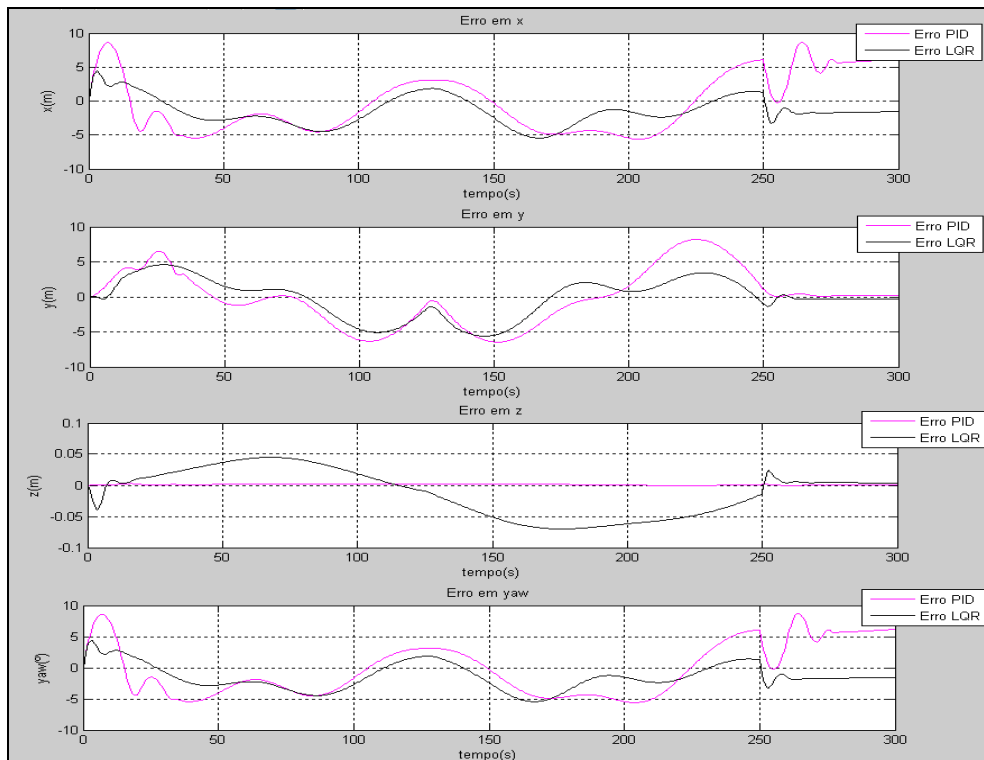



Figura 5.20 Erros durante a trajectória

	X (m)	Y (m)	Z (m)	Ψ (º)
Erro Médio PID	3,799	2,918	0,001	0,479
Erro Máximo PID	8,653	8,200	0,003	0,955
Erro Médio LQR	2,189	2,179	0,031	2,436
Erro Máximo LQR	5,455	5,607	0,070	4,525

Tabela 5.8 Erros médio e máximo de cada controlador

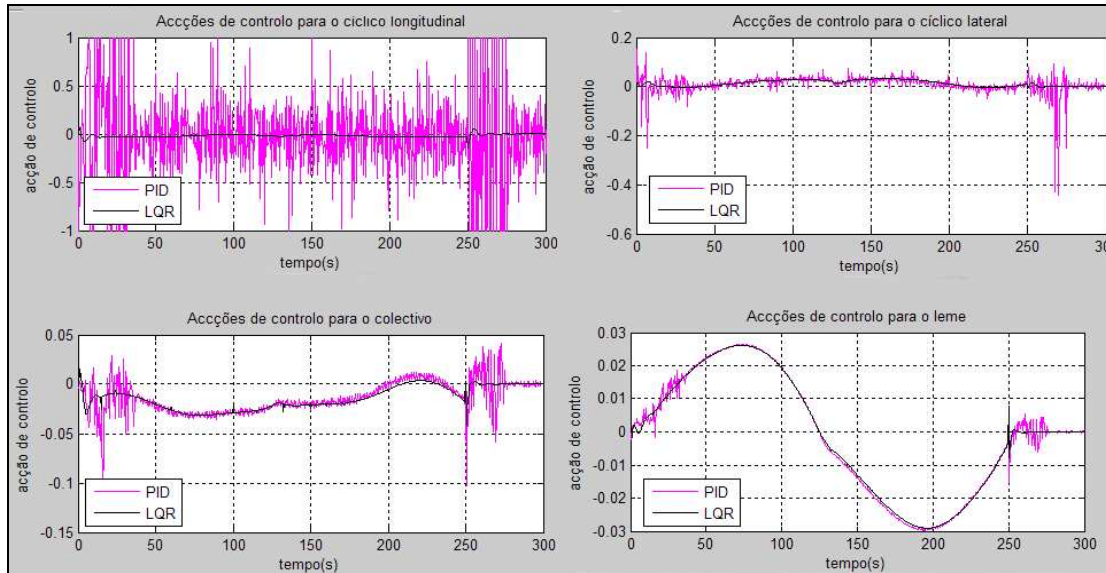



Figura 5.21 Acções de controlo durante a trajectória definida em 6.16

Observando os gráficos nas figuras 5.17. a 5.19. é possivel concluir que ambos os controladores têm um desempenho aceitável. A figura 5.20. e a tabela 5.8 permite concluir que o controlador LQR apresenta erros mais baixos em relação ao controlador PID, excepto no contrlo de altitude, mas que ainda assim são bastante pequenos.

A figura 5.21 apresenta o esforço de controlo em cada variável de controlo, permitindo concluir que o controlador PID exige um maior esforço que no caso do LQR.

Os resultados anteriores permitem concluir que ambos os controladores respondem bem a trajectórias com alterações suaves nas referências. Mas para testar a robustez a modificações repentinas das referências devem ser efectuados testes em que surgem alterações não suaves nos valores de referência. A figura 5.22 mostra as respostas dos controladores para uma sequência aleatória de degraus nas 4 coordenadas de referência.

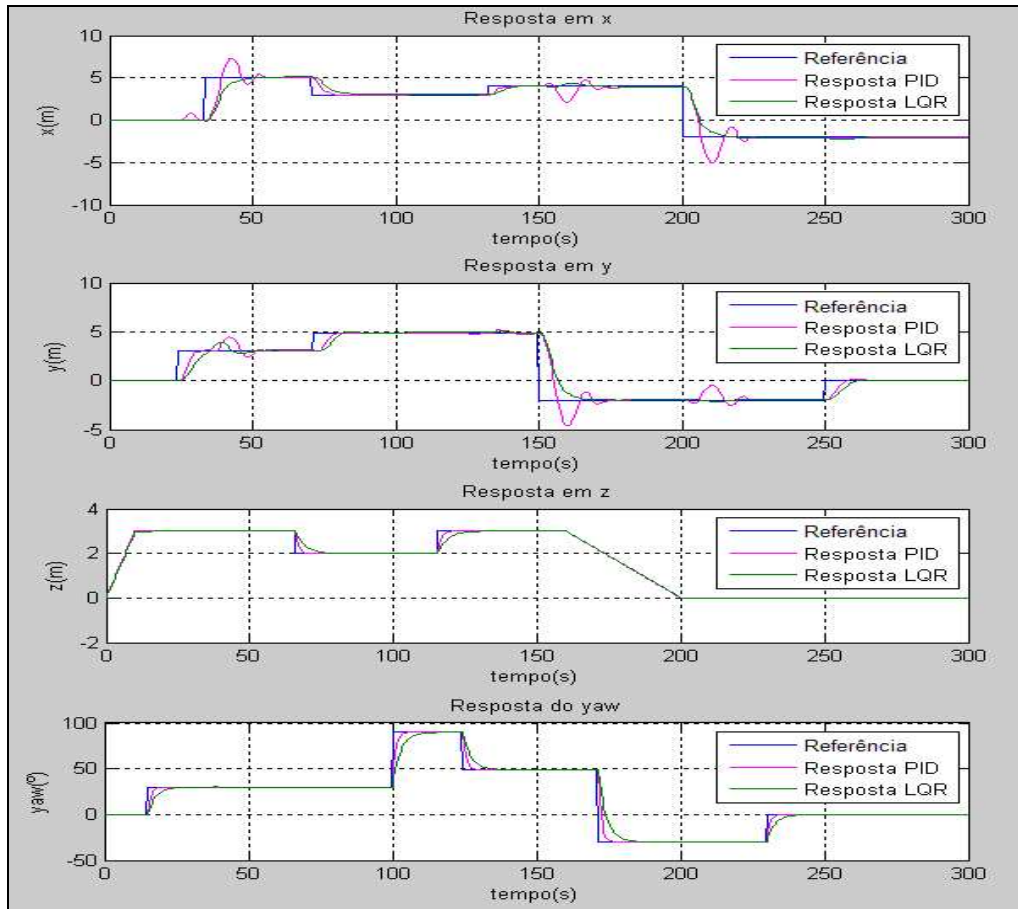



Figura 5.22 Respostas em cada coordenada e orientação

Observando a figura 5.22 pode concluir-se que ambos os controladores lidam bem com alterações súbitas nas referências pretendidas, sendo que o LQR apresenta vantagens no que diz respeito ao desacoplamento dos movimentos longitudinal e lateral, como se pode observar ao verificar a resposta no movimento em x após ser aplicado um degrau em y (por exemplo aos 150 segundos).

A tabela 5.9 apresenta os erros médios de cada controlador, e a figura 5.23 mostra as acções de controlo para os movimentos apresentados na figura 5.22.

	X (m)	Y (m)	Z (m)	Ψ (º)
Erro Médio PID	0,3988	0,3597	0,0090	1,0512
Erro Médio LQR	0,3416	0,3358	0,0280	2,4353

Tabela 5.9 Erros médios dos controladores

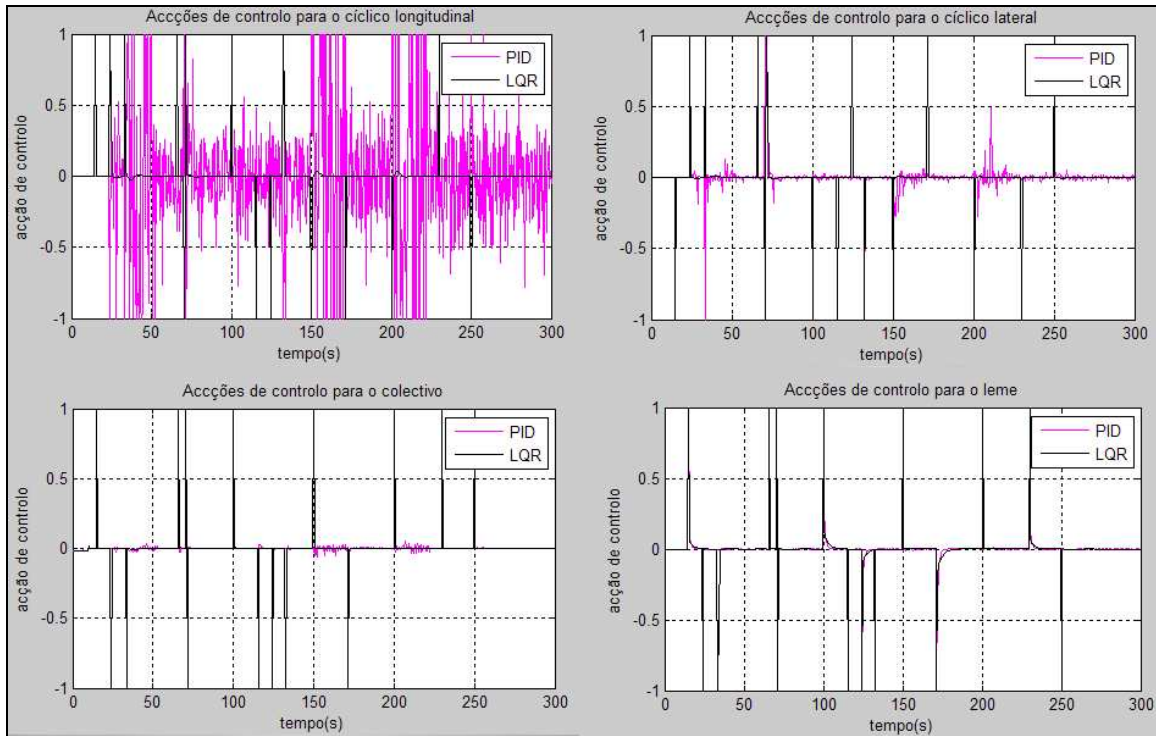



Figura 5.23 Acções de controlo

Analisando a tabela 5.9 verifica-se que o erro nos controladores de x e y são menores no caso do LQR devido ao carácter de desacomplamento evidenciado aquando da utilização do LQR. O erro na altura e na orientação é um pouco maior no LQR pois este foi projectado com um tempo de estabelecimento ao degrau um pouco mais elevado que no caso dos PID. No entanto, ambos revelam bons resultados tendo em conta os objectivos pretendidos.

Em termos de esforço de controlo, observa-se apartir da figura 5.23 que o PID apresenta um maior esforço que no caso do LQR, principalemento do caso do movimento longitudinal.

Capítulo 6

Controlo do Helicóptero Kalt Whisper

O trabalho desenvolvido nesta secção é centrado num helicóptero da marca japonesa *Kalt®* , mais especificamente o modelo *Kalt Whisper* (figura 6.1). O fabrico deste modelo data de meados dos anos 90, num altura em que o aeromodelismo se desenvolveu mais, e o Kalt Whisper veio de certo modo revolucionar o mundo dos helicópteros em miniatura, sendo uma aeronave muito popular na altura[9].

Figura 6.1 Kalt Whisper

Eventualmente, a empresa Kalt foi comprada por uma empresa maior, e o modelo Whisper deixou de ser fabricado assim como as peças para a sua manutenção. Assim sendo, grande parte do trabalho aqui desenvolvido consistiu em tornar o helicóptero novamente funcional, nas melhores condições possíveis, usando os recursos disponiveis, o que de certo modo representa um grande desafio mas um passo muito importante para ser possivel aplicar técnicas de controlo neste helicóptero.

De entre as características e especificações do helicóptero, destacam-se as seguintes:

- Comprimento: 890 mm
- Envergadura do rotor: 950 mm
- Peso: +/- 1200g
- Motor eléctrico Mabushi 540 VS
- 4 mirco-servos para controlo dos ciclicos, colectivo e leme
- Giroscópico mecânico do tipo *yaw rate* (ver secção 2.5.)
- Sistema de controlo do tipo *Bell-Hiller* (ver secção 2.9.)

Uma avaliação inicial do helicóptero revelou a existência de alguns problemas:

- Servo do passo cíclico longitudinal queimado
- Baterias em estado degradado

[9] http://www.vrhc.co.uk/VRHC/Manufacturers/Far%20East/Kalt/kalt.htm

- Existência de um motor independente para a cauda, que se concluiu não ser essencial
- Ausência de um rádio de pelo menos 5 canais, essencial para este helicóptero
- Mecânica dos controlos descalibrada
- Ausência de um manual de instruções do aparelho

O projecto de recuperação do estado do helicóptero teve por base uma pesquisa bastante extensa sobre aeromodelismo. A internet revela ser uma ferramenta muito útil, em particular a existência de fóruns sobre aeromodelismo de helicópteros, que forneceram uma ajuda preciosa para o avanço do trabalho. Apesar da informação relativa ao Kalt Whisper ser escassa conseguiu-se adquirir um manual de instruções que veio a ser muito útil.

6.1 Calibração mecânica

O primeiro passo de recuperação do funcionamento do helicóptero foi avaliar a utilização de um pequeno motor responsável pelo funcionamento do rotor da cauda. Concluiu-se que este não era necessário por várias razões: o manual de instruções especifica a existência de um motor único, assim como em qualquer helicóptero de aeromodelismo; o motor extra implicaria o uso de mais uma bateria, e mais peso associado. Como tal, o motor foi retirado e ajustes tiveram de ser feitos no tubo da cauda, já que a localização do motor extra implicava um comprimento da cauda maior de forma a colocar a correia de ligação ao rotor. Esta deve ser conectada à engrenagem de forma a que o rotor de cauda gire no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, caso contrário o helicóptero gira descontroladamente sobre si próprio. A tensão na correia não deve ser muito forte, mas esta também não deve ficar folgada (ver figiura 6.2).

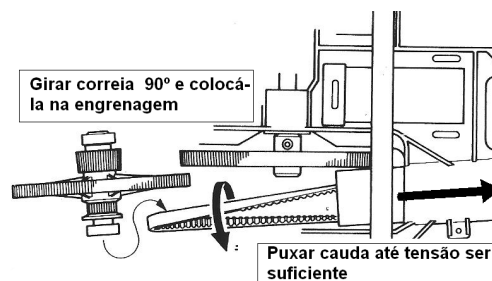



Figura 6.2 Colocação da correia

Como a cauda do helicóptero foi encurtada com este procedimento, foi necessário ajustar o tamanho do cabo de ligação ao servo do leme. Este deve ser ajustado de uma forma muito específica para que funcione nas melhores condições. De mencionar que a posição do servo da cauda foi alterada em relação à apresentada no manual, pois o comprimento do cabo de ligação é maior que o especificado no manual. Com esta calibração feita é necessário que se verifique a configuração da cauda no ponto de voo pairado representada na figura 6.3a).

O passo seguinte consistiu em ajustar os tamanhos das ligações aos restantes servos. A posição dos servos nos seus encaixes, e os tamanhos dos braços de ligação é de extrema importância. O facto do helicóptero já ser bastante antigo justifica as folgas existentes e comprimentos desregulados. Com os servos colocados nas posições correctas, incluindo o novo servo de substituição, os tamanhos dos links foram ajustados como mostra a 6.3b), tendo o cuidado de manter o prato oscilante horizontal na posição neutra (voo pairado).

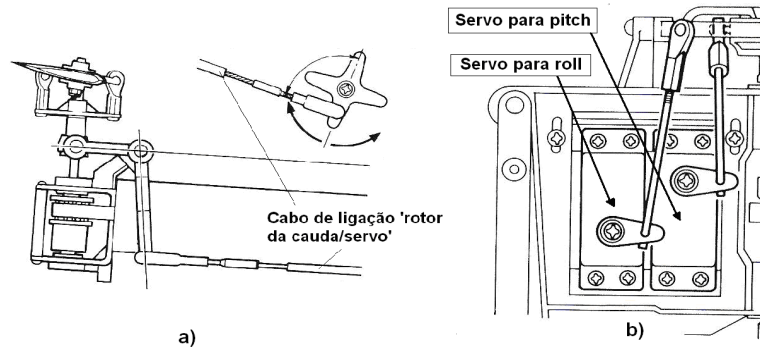



Figura 6.3 a)Configuração das ligrações da cauda; b) Configuração dos servos cíclicos

Para além das ligações aos servos foi também necessário calibrar os *links* da cabeça do rotor principal e ajustar a barra estabilizadora. Esta é contituida por um veio metálico que facilmente se dobra caso sofra uma pressão exagerada ou sofra uma pancada. Centrar a barra estabilizadora e mante-la direita e sem folgas é essencial. Os *links* da cabeça do rotor devem ter os comprimentos apresentados na figura seguinte.

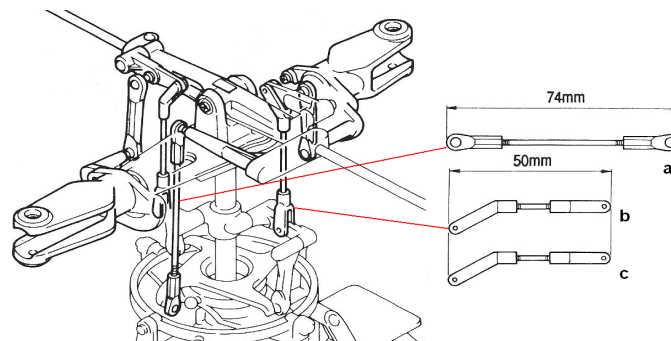



Figura 6.6.4 Comprimentos de ligação da cabeça do rotor

Durante o funcionamento do helicóptero pode acontecer que as pás do helicóptero girem em planos diferentes. Várias razões existem para tal acontecer, como a vibração da própria estrutura, mas esta diferença pode ser corrigida alterando o comprimento das ligações responsáveis por alterar o angulo das pás quando se move o prato oscilante. As fitas vermelha e preta em cada pá são úteis para verificar esta diferença. O reajuste deve ser feito apertando o *link* da pá que está a girar mais acima, ou desapertando o da pá que gira mais abaixo (links *b* e *c* da figura 6.4.

6.2 Bateria, carregador e variador de tensão

Nesta secção são explicados os principais componentes do sistema electrónico do helicóptero. O bom funcionamento deste sistema assim como uma noção dos problemas que podem ocorrer é essencial para uma boa manutenção do funcionamento global do aparelho.

O manual de instruções do *Kalt Whisper* especifica a utilização de uma bateria NiCad (Niquel-Cádmio) de 9,6 Volt e 1100 mAh. Decidiu-se utilizar uma bateria Lipo (polímero de Lítio) de 11,1V que possui várias vantagens em relação ás antigas NiCad. Estas últimas têm caído em desuso a favor das LiPo, já que são mais pesadas e correm o risco de viciarem. As LiPo revelam ser um avanço na industria das baterias, permitindo ter capacidades maiores de corrente que as NiCad ou as NiMh (Niquel-MetalHidreto) e podem também ter várias formas e tamanhos, ao contrario das suas predecessoras. Porém, as LiPo exigem bastantes cuidados para garantir que funcionam da melhor forma possível, e são bastante mais caras. Durante o projecto, ocorreram vários problemas relativamente a estas baterias:

- A primeira bateria, uma Lipo de 11,1V e 2200mAh, sofreu um curto-circuito inutilizando-a.
- A segunda bateria foi também uma Lipo de 11,1 V com 1500mAh, mas esta ficou também inutilizável já que descarregou para além do limite admissível dado ter ficado conectada ao helicóptero durante várias horas. As baterias Lipo têm a desvantagem de não recuperar caso a tensão desça abaixo de 2,75 V em cada célula. Existe a possibilidade de a recuperar se se ligar a bateria a um carregador normal de baterias NiCad durante alguns segundos de forma a ganhar tensão suficiente para os carregadores de Lipo permitirem continuar a carga. No entanto, este procedimento não é recomendável já que as Lipo sofrem de risco de explosão em caso de carga excessiva. Foi então aquirida uma bateria de 11,1V e 1600 mAh, e passou a ter-se o cuidado de não a deixar conectada ao helicóptero quando este não está a ser utilizado e a ser constantemente verificada usando um multímetro.

Para carregar a bateria foi adquirido um carregador da marca *Multiplex* (fig 6.5).

Figura 6.5 Carregador Multiplex

O manual do carregador é elucidativo, mas convém aqui mencionar os pontos mais importantes:

- O carregador *Multiplex LN-3008* permite carregar baterias do tipo NiCad, NiMh, LiPo, LiFe e LiIo. Para carregar a bateria LiPo pressiona-se o botão BATT TYPE até acender o *LED*

correspondente a este tipo de bateria. De seguida conecta-se o cabo do equalizador e os cabos de carregamento à bateria, verificando a correcta polaridade.

- O carregador necessita de uma fonte de alimentação de 12V.
- O equalizador é responsável por garantir que todas as células da bateria têm a mesma tensão. As células não devem ser descarregadas abaixo de 2,75V nem sobrecarregadas acima de 4,3V.
- A carga deve ser feita a 1C (capacidade), ou inferior, isto é, uma bateria de 1600mAH é carregada a 1,6A no máximo.

Para controlar a quantidade correcta de tensão a fornecer ao motor é usado um variador de tensão da marca *JETI* modelo JES045. Este modelo pesa cerca de 30 g, suporta uma corrente contínua maxima a 30 segundos de cerca de 45 A, e funciona entre 4 e 14,4V. Este modelo tem a vantagem de eliminar a necessidade de utilizar uma bateria específica para o receptor de sinais, pois permite fornecer os 5V necessários ao receptor e, por conseguinte, aos servos. O variador de tensão tem 4 modos de funcionamento dependendo do tipo de bateria usada, e são seleccionados através de um *jumper* (figura 6.6). No caso presente, deve ser seleccionado o modo 4, que permite cortar a tensão gradualmente caso a bateria esteja descarregada a cerca de 9V (LiPo de 3 células).

Figura 6.6 Variador de tensão com colocação do *jumper* na opção pretendida

Ao ligar o transmissor do helicóptero, o variador de tensão deverá emitir um som durante 0,5 s, indicando que o sistema está preparado para funcionar. Se este emitir um som ininterrupto, deve-se verificar se a alavanca do controlo colectivo do transmissor está no ponto mínimo. Se for o caso mas o som continuar, deve ser alterada a direcção do canal do colectivo na programação do rádio transmissor.

Com estas especificações electrónicas o helicóptero tem um tempo de funcionamento de cerca de 6 min. Este tempo é curto devido a vários factores: a mesma bateria é usada para alimentar todos os componentes electrónicos; o motor é bastante antigo pelo que a sua autonomia encontra-se já degradada com o tempo; o giroscópio usado para a cauda é mecânico pelo que gasta mais bateria (ver secção 2.5).

6.3 Rádio transmissor e receptor

O rádio transmissor utilizado para o controlo do helicóptero é um *Futaba*® modelo T7C de 7 canais e frequência de transmissão de 2,4GHz e o receptor associado é um *Futaba*® R617FS (ver apêndice F). Este transmissor oferece uma vasta gama de opções, nem todas essenciais para o trabalho aqui proposto. O manual de instruções contém várias referências e descrições das opções do rádio, conselhos de utilização e instalação, entre outros. Convém no entanto fazer uma breve descrição dos pormenores mais importantes utilizados neste trabalho.

Os nomes de algumas funções do rádio serão aqui mencionados. Para melhor compreensão dever se consultado o manual de instruções[10].

Antena do receptor: o receptor tem duas antenas de modo a reduzir o erro de recepção de sinal, já que a largura de banda de 2,4GHz é mais susceptivel a estas perdas que as convencionais 27MHz e 72MHz. Na instalação do receptor deve garantir-se que as antenas ficam o mais direitas possivel e devem fazer entre si um ângulo de 90º.

Canais utilizados, modo REVERSE e ajuste dos limites dos servos: O rádio T7C tem 7 canais de controlo, mas apenas 5 deles são necessários. O canal 1 controla o cíclico lateral, o canal 2 o cíclico longitudinal, o canal 3 a aceleração do motor, o canal 4 o leme e o canal 6 c o passo colectivo. Os canais 5 e 7 não são necessários.

Ao ligar transmissor e verificar o funcionamento de cada canal alguns dos servos podem responder na direcção errada. Para corrigir este problema acede-se à função *REVERSE* no menu *BASIC*. Para o helicóptero aqui usado a configuração da função *REVERSE* esta representada na figura 6.7:

Figura 6.7 Configuração do menu *REVERSE* usada

O alcance de cada servo pode também ser ajustado apartir do rádio. Esta função é util para determinar qual o angulo máximo e mínimo que se pretende que o prato oscilante e o angulo das pás dos rotores podem ter, modificando assim a rapidez de resposta de cada movimento ao manusear as alavancas de controlo. É também útil para impedir que se ultrapassem os limites de movimento de cada servo. Para definir estes valores acede-se à função *E.POINT* no menu *BASIC*. Os valores para cada canal foram determinados por experimentação. Para o canal 1 os valores são 80% para alavanca no limte esquerdo e 59% para alavanca no limite direito. Para o canal 2 os valores são 60% para alavanca no limite superior e 60% para a alavanca no limite inferior. Os restantes canais estão definidos para 100% em todos os limites.

---

[10] www.futaba-rc.com\faq\7c-faq.html

Curva de passo colectivo no modo Normal : Como já foi referido ao longo do trabalho, a definição da curva de passo, que atribui um dado ângulo das pás do rotor principal em cada posição da alavanca de controlo, é de extrema importância para o funcionamento normal do helicóptero. Definir os ângulos ideais para cada ponto da alavanca é uma tarefa sujeita a subjectividade, na medida em que todas as fontes pesquisadas mencionavam vários valores para estes ângulos. Decidiu usar-se uma curva de cerca de 0º para a alavanca no mínimo, 6º para a alavanca a meio e 11º para a alavanca no máximo. Deste modo obtém-se uma curva mais ou menos linear e ao garantir uma gama de variação de 5º entre a posição central (voo pairado) e a posição máxima da alavanca, o helicóptero responde de modo mais suave na subida evitando movimentos súbitos devido a movimentos repentinos na alavanca.

A calibração desta curva para o modo Normal do Kalt Whisper aqui usado é efectuada recorrendo ao submenu *PIT-CV/NOR* no menu *BASIC* do transmissor. Com o auxilio de um medidor de ângulos e garantindo que o motor se encontra desligado da alimentação procede-se à calibração da seguinte forma:

- Coloca-se o medidor de ângulos na pá da forma indicada na figura 6.8:

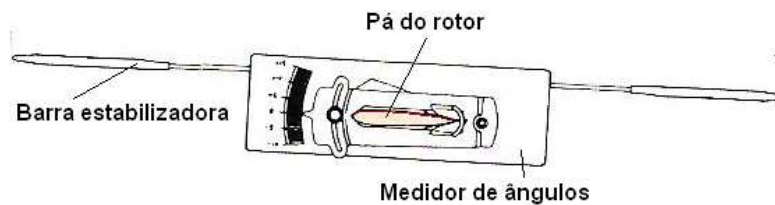



Figura 6.8 Medior de ângulos colocado na pá

- Com a alavanca no mínimo e o medidor indicando 0º varia-se o ângulo da pá alterando a percentagem indicada no ponto 1 (P1) na figura 6.9, até que o medidor de ângulos fique paralelo à barra estabilizadora.

Figura 6.9 Menu para configuração da curva de passo

- Repete-se o procedimento para os pontos 3 e 5 que correspondem respectivamente ao ponto médio e máximo da alavanca de controlo do passo colectivo, até serem atingidos os ângulos mencionados anteriormente (6º e 11º).
- Para os pontos intermédios, 2 e 4, pressionar o botão *PRESS* durante 2 segundos. Desta forma é automaticamente escolhido um valor que torna a curva linear.

Para este trabalho foram definidas as percentagens: P1=45%; P2=50,5%; P3=56,5%; P4=68%; P5=80%.

Curva de aceleração no modo Normal: a curva de aceleração define a tensão a fornecer ao motor consoante a posição da alavanca de controlo colectivo. Idealmente pretende-se que

esta curva esteja calibrada de modo a que, trabalhando juntamente com a curva de passo colectivo, forneça uma velocidade de rotação constante ao rotor. A única forma de garantir esta velocidade seria utilizar um tacómetro ou um sensor de velocidade de rotação, mas tal não foi possível pelo que esta curva foi determinada por experimentação até se obter um comportamento de voo aceitável. A calibração da curva de aceleração para o modo Normal do Kalt Whisper aqui usada é efectuada recorrendo ao submenu *TH-CV/NOR* no menu *BASIC* do transmissor. Para definir qual a quantidade de aceleração a fornecer ao motor em cada ponto da alavanca seguiu-se o seguinte procedimento:

- Com a alavanca no mínimo variar a percentagem indicada no ponto 1 (P1) até o motor começar a funcionar numa velocidade baixa. Guardar o ponto 1 com uma percentagem ligeiramente inferior para que o motor não comece a funcionar ao ligar o transmissor. A figura 6.10 mostra o menu de configuração da curva de aceleração.

Figura 6.10 Menu para configuração da curva de aceleração

- Com a alavanca no ponto médio variar a percentagem até o helicóptero começar a levantar voo. Este corresponde então ao ponto de voo pairado
- Com a alavanca no ponto máximo escolhe-se uma percentagem um pouco maior
- Os pontos 2 e 4 definem-se pressionando a tecla *PRESS* durante 2 segundos. Assim são escolhidas automaticamente as percentagens que permitem uma alteração suave entre os pontos 1, 3 e 5.
- Este procedimento repete-se até se obter o comportamento de subida/descida pretendido.

A curva de aceleração definida para este trabalho é a seguinte: P1=12%; P2=26%; P3=40%; P4=45%; P5=50%.

Revo. Mix: Esta função é usada para suprimir o binário gerado por alterações no passo colectivo do helicóptero, impedindo o helicóptero de girar sobre si quando se aplica o colectivo/acelerador. Esta função só deve ser activada em helicópteros cujo giroscópio é do tipo *yaw rate* (ver capítulo 2), como é o caso. Para aceder a esta função recorre-se ao submenu *REVO-MIX* do menu *ADVANCE*. Para o caso presente esta foi definida da forma representada na figura 7.11:

Figura 6.11 Configuração do menu *REVO-MIX*

Throttle-Hold: esta é uma função muito importante do rádio transmissor. O *Throttle-Hold* permite desacoplar o canal de aceleração do canal do passo colectivo, permitindo variar o

ângulo das pás e manter a mesma quantidade de aceleração ao motor, ou manter o motor desligado. È normalmente usada para praticar auto-rotação ou em caso de falhas na cauda[11], e é accionada no botão G do transmissor (ver figura no apêndice F). No transmissor, a curva de aceleração para o modo *Throtlle-Hold* está definida com 0% em todos os pontos, e a curva de passo é a mesma do modo Normal.

Trainer: esta função pemite que um transmissor extra seja conectado aravés de uma entrada epecífca neste transmissor e deste modo partilhar o controlo do helicóptero. È accionado pressionando o botão *Trainer* (H) (ver figura no apêndice F). Será útil para proceder à comunicação com a aeronave apartir de um PC (ver secção 6.4).

6.4 Comunicação

De modo a proceder à actuação automática dos controlos do helicóptero foi necessário implementar um sistema que envia os sinais de rádio para o receptor da aeronave apartir de um computador. Vários trabalhos utilizam microcontroladores e software de geração de sinais *PWM* sendo necessário ter o prévio conhecimento das larguras dos pulsos para cada canal, como em [Bo & Miranda, 2004] e [Martins, 2008]. Uma alternativa mais simples e cómoda é aproveitar o próprio rádio transmissor. Para tal foi adquirido um cabo de ligação entre o transmissor e um PC, o *Endurance R/C PCTx,* que actualmente existe apenas disponível nos EUA. Este é conectado à porta do *Trainer* do transmissor, e ligado ao PC via USB. Esta unidade suporta até 9 canais, funciona a uma frequência de amostragem de 50Hz, e possui também software disponíel em C++ e C#. Com base neste software foi criado um interface em *Simulink*® que permite fazer a comunicação pretendida. A figura 6.12 mostra a janela de comunicação com o helicóptero.

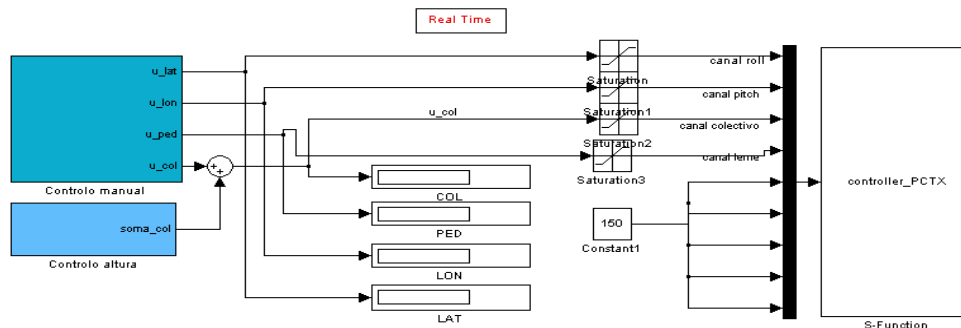



Figura 6.12 Comunicação com o helicóptero em *Simulink*®

A *s-function* 'controller_PCTx' é responsável pela comunicação e funciona com um tempo de amostragem de 0,02 segundos. O envio de informação para as entradas do PCTx é feito com um tempo de amostragem maior (0,04 s) funcionando como um filtro ás interferências que por vezes ocorrem. As 9 entradas correspondem a cada um dos canais que o PCTx suporta. Neste

[11] http://www.heliguy.com/nexus/programming.html

caso apenas é necessário usar 4: cíclicos, leme e colectivo/acelerador. A programação do rádio transmissor pode ser aproveitada, evitando ter de recriar as curvas de aceleração e de passo no software. Os valores que cada canal do PCTx recebe são valores inteiros entre 0 a 255. O transmissor recebe estes valores e identifica qual o canal associado, convertendo-os nos respectivos sinais de *PWM* a transmitir ao receptor. Este está projectado para ser aplicável numa vasta gama de transmissores, e nem todos funcionam do mesmo modo ao receber certos valores de entrada. Assim, foi necessário definir qual a gama de valores em que cada canal funciona nas condições pretendidas. Para o *roll* definiu-se que o máximo esquerdo corresponde a 177, o máximo direito a 84, e na condição de voo pairado (prato oscilante horizontal) um valor de 137. Para o *pitch* definiu-se o máximo frente em 202 e máximo trás em 86, com 149 para o prato oscilante na posição horizontal. Para o leme, um máximo de 200 (esquerda) e um mínimo de 98 (direita). E finalmente para o colectivo, um máximo de 195 e um mínimo de 90. Os canais não utilizados ficam definidos com um valor de 150. Tal número é escolhido pelo facto de não interferir com os restantes canais, coisa que pode acontecer caso os valores sejam outros.

O passo seguinte é definir no transmissor as opções do *Trainer*. É possivel escolher quais os canais que são controlados pelo software e quais permanecem controlados pelas alavancas do transmissor. Neste trabalho o controlo baseou-se na altura do helicóptero, pelo que se decidiu permitir que o software apenas controle os canais de colectivo e de acelerador do transmissor. Para tal acede-se ao submenu *TRAINER* do menu *BASIC* e define-se o ecrã como mostra a figura 6.13:

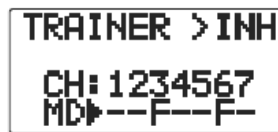



Figura 6.13 Definição do menu *Trainer* para controlo da altura

O caractere ’F’ identifica os canais que o transmissor permite que sejam controlados pelo *software*.

6.5 Detecção da altitude

Como referido anteriormente, neste trabalho procedeu-se ao controlo de altitude do helicóptero *Kalt*. Este é um passo importante para futuramente se extender o controlo aos restantes movimentos do helicóptero.

A decisão para o controlo da altitude deveu-se a vários factores: ao longo do projecto o helicóptero esteve muito tempo sem estar em condições de ser possivel a sua utilização; os arranjos e afinações compreenderam grande parte do tempo dispendido na elaboração do trabalho, assim como problemas ocorridos como perda das baterias e uma engrenagem danificada que levou tempo a consertar. Outro factor de decisão prende-se com o material disponível para detecção da pose do helicóptero. Propôs-se a utilização de um sensor IMU

existente no laboratório para detecção das velocidades rotacionais e acelerações lineares, mas este implicava ser conectado directamente ao computador através de um cabo, já que não existem meios de comunicação *wireless* no helicóptero, o que não é prático numa aplicação deste tipo. O sensor necessitava também de um sistema de GPS para, juntamente com um filtro, fornecer as medidas correctas de pose com o mínimo de ruído possivel.

Optou-se então pela utilização de uma câmara da *Logitech*® e de um *LED*, que, colocado num determinado ponto do helicóptero serve como a característica a ser detectada pela camara para obter uma medida de altura. A figura 6.14 mostra a montagem efectuada em que o helicóptero está acoplado a uma base que permite apenas o seu movimento vertical. O motivo de se utilizar esta base e não a projectada na secção 4.1 prende-se com o facto de que esta última não permite fixar um grau de liberdade específico. Adicionalmente, apesar do funcionamento do helicóptero ter sido recuperado em certa medida, este continua sem estar em perfeitas condições para ser testado livremente ou na base com os 6 graus de liberdade.

e

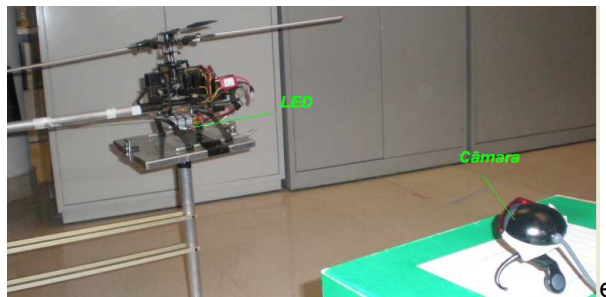



Figura 6.14 Helicóptero numa base para deslocamento vertical

A metodologia utilizada foi a seguinte:

- Colocação da câmara a uma distância tal que permita que o *LED* seja detectado mesmo que o helicóptero se encontre na altura máxima permitida pela base (cerca de 1,10m do chão até à base do helicóptero). A altura mínima é de 0,5 m. O helicóptero tem então um espaço de trabalho de 0,6 m.
- Utilização de papel celofane vermelho na objectiva da camara para e evidenciar o *LED.*
- Tratamento de imagem no espaço de cores RGB (*red-green-blue*). A imagem recebida é separada nos 3 canais de cor, resultando em 3 imagens em escala de intensidade. O papel celofane torna a imagem num tom predominantemente vermelho, pelo que escolhendo o canal de cor azul (ou verde) se nota o *LED* bem evidenciado.
- A imagem resultante é posteriormente binarizada utilizando um filtro baseado num valor de *threshold,* ou seja, um valor mínimo de intensidade na escala de cinza. O resultado é uma matriz $x_{i,j}$ em que pixéis que pertencem à característica a evidenciar, neste caso o *LED*, são representados por 1, e os restantes são representados por 0. Esta matriz é então preenchida usando a equação (6.1.).

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \forall i, j \in F \\ 0, & \forall i, j \notin F \end{cases} \quad (6.1.)$$

onde $x_{i,j}$ é a imagem binarizada e *F* representa o conjunto de características a evidenciar.

- É calculado o centro de massa da imagem obtida através das equações seguintes

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} j}{n} \quad , \quad y_{cm} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} i}{n} \quad (6.2.)$$

onde x_{cm} e y_{cm} representam respectivamente o centro de massa horizontal e vertical em pixels da imagem, $x_{i,j}$ é o valor do pixel na posição *i,j* da imagem, e *n* é o numero de elementos da matriz da imagem [Carvalho, 2008].

A figura 6.15 mostra a imagem captada pela câmara e a sua binarização.

Figura 6.15 Imagem captada pela camara (esquerda) e binarizada (direita)

6.6 Controlo implementado

Nesta secção é descrita a metodologia usada para proceder ao controlo de altitude do helicóptero, recorrendo ás ferramentas de comunicação e detecção de posição mencionadas acima, assim como o modelo criado em *Simulink®* para implementar todo o anel de controlo.

A figura 6.16 esquematiza o anel de controlo utilizado, evidenciando cada um dos componentes físicos do sistema.

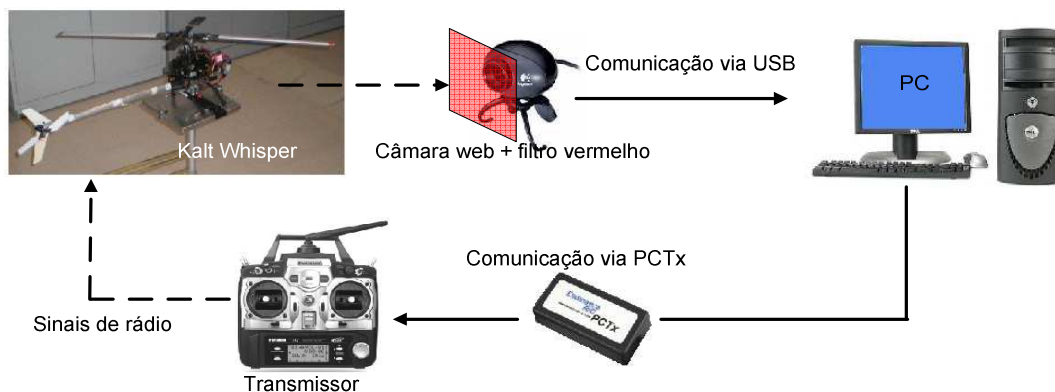



Figura 6.16 Sistema de controlo implementado

A experiência de controlo é iniciada acedendo ao modelo em *Simulink* denominado '*ControloKalt.mdl'* representado na figura 6.12 Neste é possível observar três blocos principais: o bloco com a *s-function* de comunicação, já descrita anteriormente, um bloco denominado *'Controlo Manual'* que permite utilizar algumas teclas no teclado do PC para controlar o helicóptero, e o bloco *'Controlo Altura*' que, como o nome indica, permite fazer o controlo automátco de altitude pretendido.

Antes de correr o modelo mencionado liga-se o helicóptero seguindo o procedimento descrito no apêndice G. De seguida acciona-se o botão de *Trainer* do transmissor e corre-se o modelo *ControloKalt.mdl.* Uma série de janelas surge no ecrã, entre elas uma janela que representa a permissão de controlo no teclado (figura 6.17).

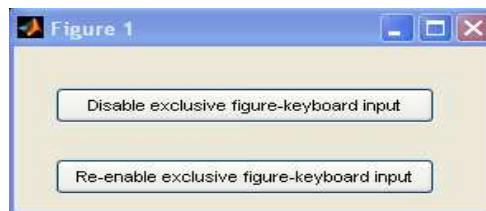



Figura 6.17 Janela de controlo no teclado

Durante a simulação tem-se também acesso ao bloco '*Controlo Altura'* representado na figura 6.18. Neste bloco existem algumas opções que podem ser seleccionadas durante a simulação. Entre elas se destaca um interruptor, a amarelo, que permiter fazer a transição de controlo manual para controlo automático. Ao iniciar o programa o controlo manual encontra-se activo (0). Nesta altura utilizam-se as teclas '*seta cima'* e '*seta baixo'*[12] para controlar o acelerador/colectivo do helicóptero, até obter um ponto em que este se encontra em voo pairado. Neste ponto acciona-se o controlo automático alterando o estado do interruptor para 1. Este activa o bloco onde está definido um controlador PID, e cujos ganhos podem ser alterados *online*. O valor de comando que é calculado pelo controlador será somado ao valor de referência para o voo pairado determinado no procedimento manual anterior.

O desempenho do sistema é observado durante a simulação numa janela de imagem que apresenta a detecção do *LED* , e um gráfico (figura 6.19) que mostra a referência pretendida a amarelo e a posição actual a cor de rosa. È também apresentado num gráfico quando o controlo automático está activo (1) ou desactivo (0).

O controlo é efectuado no referêncial da imagem, pelo que as coordenadas são medidas em *pixels*, e a resolução da câmara está definida para 160x120. Uma transformação é efectuada de forma a que quando a posição do *LED* se encontra nos 0 *pixels*, este corresponde ao centro da imagem. Os limites inferior e superior são, respectivamente -60 e 60 *pixels*.

[12] Se se pretender controlar os restantes canais deve alterar-se a função *Trainer* no transmissor para os permitir. Neste caso as teclas definidas para cada movimento estão representadas no Apêndice F.

A figura 6.18 evidencia também o bloco gerador de referências, onde pode ser criada uma trajectória a seguir, ou enviar degraus de referência através do bloco *Referência* representado a verde.

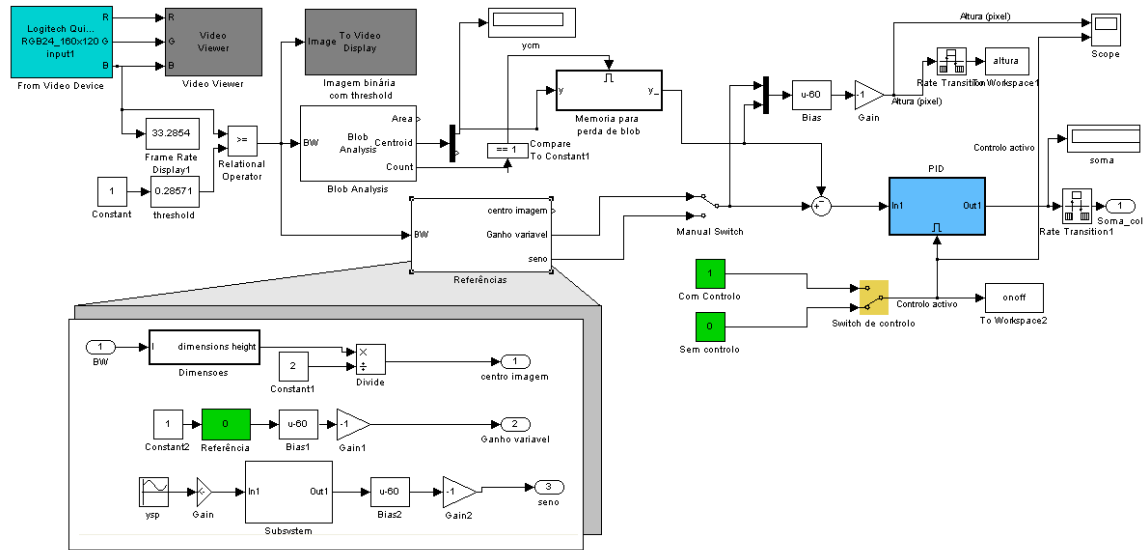



Figura 6.18 Bloco *Controlo Altura*

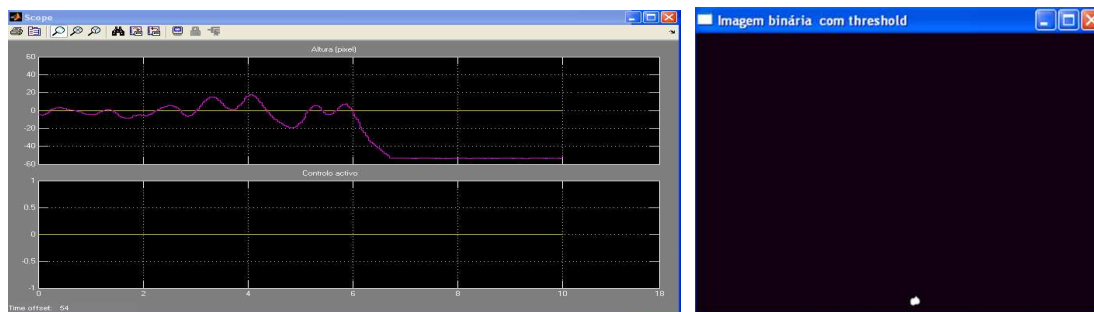



Figura 6.19 Observação do desempenho do sistema em tempo real

6.7 Resultados experimentais

Neste ponto são apresentados alguns dos resultados do controlo de altitude obtidos com controladores *PID* afinados por experimentação. Como já foi mencionado, o sistema projectado baseia-se no referêncial da imagem, em pixels, mas para ter uma ideia mais clara do comportamento do helicóptero, os dados apresentados são apresentados em centimetros de altura. No repouso o helicóptero encontra-se a 0 cm. A altura máxima será de 60cm.

As figuras 6.20 a 6.23 apresentam alguns dos controladores testados, em que a azul estão representadas as referências e a verde a resposta do controlador. Inicialmente testou-se

um controlador proporcional até obter respostas aos degraus o menos oscilatórias possivel e verificar a existência ou não de erros estacionários. A figura 6.30 apresenta um dos testes com controlador porporcional de ganho K*p* = 0,5. Nesta é possivel observar que o helicóptero tem uma resposta bastante oscilatória e com um erro estacionário que aumenta ao longo do tempo. Para corrigir este problema introduziu-se o termo integrativo. A figura 6.21 apresenta a resposta a um controlador PI, onde se pode observar uma melhoria em relação ao erro estacionário, mas em contrapartida, a oscilação aumentou. Para compensar estas oscilações acrescentou-se o termo derivativo e fizeram-se vários testes. A figura 6.22 apresenta a resposta para um controlador PID. Este apresenta um resultado mais satisfatório tendo em conta o curto espaço de trabalho, as limitações do sistema de visão, o estado físico do helicóptero e os efeitos do escoamento do ar em torno do helicóptero, no local onde se encontra. Para testar a agilidade deste último controlador impos-se como referência um movimento sinudoidal e verificou-se que o helicóptero seguiu esta trajectória de forma aceitável (figura 6.23)

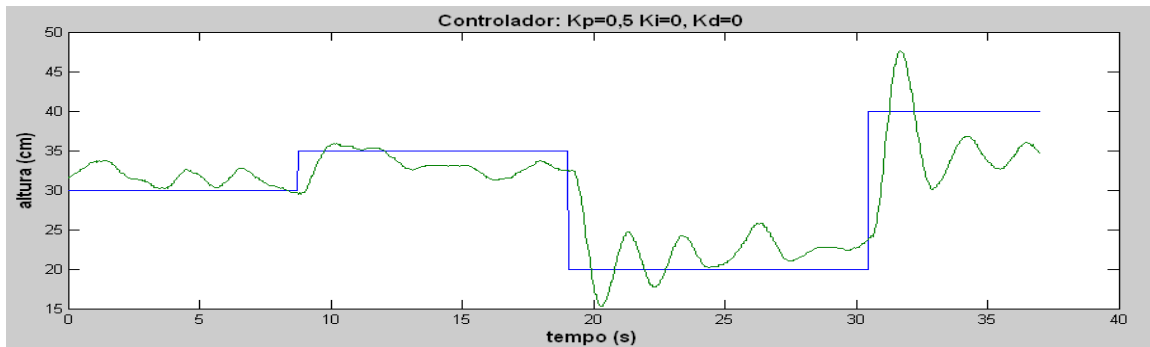



Figura 6.20 Resposta a degraus com controlador proporcional

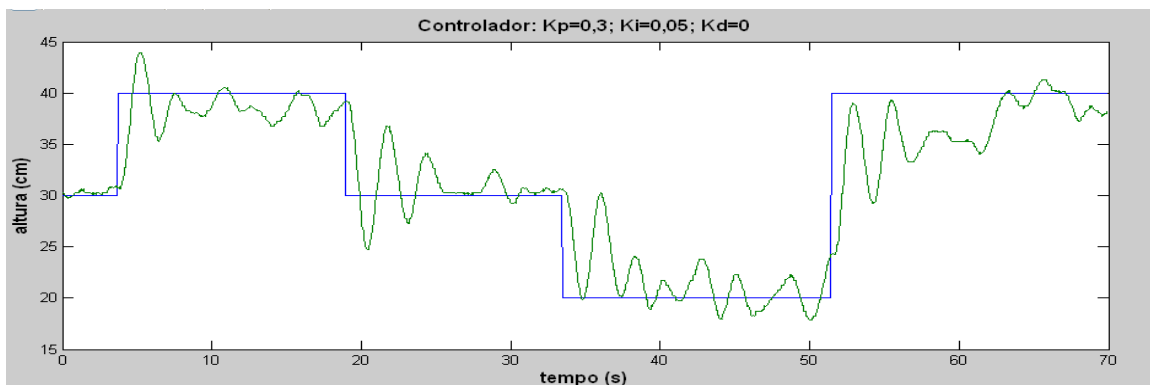



Figura 6.21 Resposta a degraus com controlador PI

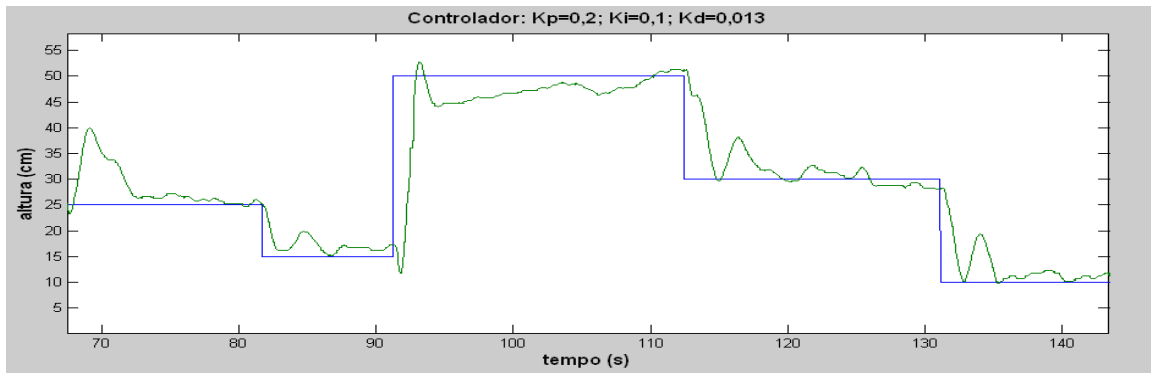



Figura 6.22 Resposta a degraus com controlador PID

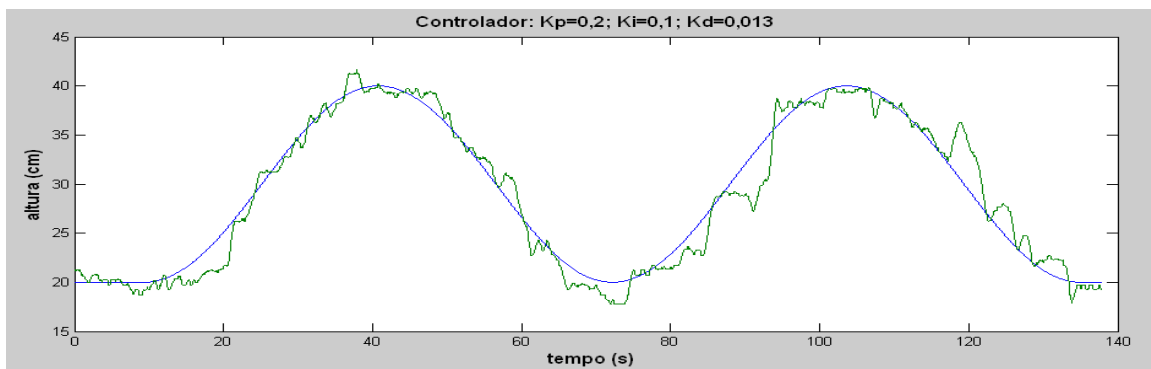



Figura 6.23 Resposta do PID a uma sinusóide de frequência 0,1 rad/s

A metodologia implementada baseou-se apenas no controlo de altitude pelas razões já indicadas, mas revela ser um ponto de partida para futuros melhoramentos e expansão às restantes variáveis de controlo. Com sensores que permitam a medição das restantes variáveis de estado é possivel controlar o voo pairado de um helicóptero deste tipo utilizando técnicas de afinação PID como demonstrado em [Bo & Miranda, 2004]. Eventualmente, os controladores podem ser melhorados recorrendo a técnicas de identificação de sistemas de forma a obter equações que traduzam a dinâmica dos movimentos do helicóptero e assim proceder a métodos de controlo mais avançados.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalho futuro

Este trabalho descreve o desenvolvimento de uma plataforma de testes para testar sistemas de controlo em helicópteros de aeromodelismo, em específico o modelo *Kalt Whisper* existente no laboratório de Controlo, Automação e Robótica da A.C.C.A.I.I. do Instituto Superior Técnico. A base foi projectada com o objectivo de ser equilibrada pela gravidade e com o mínimo de inércia possivel de forma a simular a ausência de restrições ao movimento do helicóptero num determinado espaço de trabalho e fornecer também um posto de trabalho seguro para testar métodos de controlo em helicópteros no laboratório. Recorreu-se às equações da dinâmica de um manipulador de 5-barras e construiu-se uma base, utilizando materiais de baixo custo, uma plataforma equilibrada em qualquer configuração que pode ser utilizada tanto no controlo de helicópteros como noutras aplicações.

Neste trabalho foi também efectuado um trabalho de recuperação do estado físico do helicóptero que exigiu bastante tempo e não esteve isento de problemas. O helicóptero *Kalt Whisper* em que se baseia este trabalho esteve indisponivel durante um período significativo da dissertação com o objectivo de ser recuperado. No entanto tal não se verificou, pelo que o helicóptero foi devolvido no mesmo estado, e procedeu-se à sua recuperação com os recursos e conhecimentos disponíveis, tendo sido alcançado algum sucesso e o helicóptero encontra-se neste momento funcional embora não nas condições perfeitas tendo em conta também que é um modelo antigo.

Entre outros problemas destacam-se também os relaccionados com as baterias, e uma engrenagem partida (ver apêndice G) resultante de um movimento repentino do rotor principal. Este último problema exigiu também algum tempo para resolver mas foi ultrapassado com sucesso, a custo da adição de algum ruído e vibração com a engrenagem recuperada.

Apesar de o helicóptero não ter sido testado na plataforma projectada, este foi utilizado numa outra existente que permitiu efectuar alguns testes de controlo de altitude recorrendo a uma camara web para detectar a altura e usando o controlador PID como método de controlo. Os resultados obtidos permitem concluir que a altura do helicóptero é controlada com sucesso. No entanto, o desempenho não é o melhor devido a factores como ruído de imagem, escoamentos de ar em torno do helicóptero e outras perturbações como a vibração do aparelho e inércia da base.

O sistema de comunicação entre o PC e o rádio transmissor do helicóptero utilizando um cabo de comunicação especifico, o *Endurance PCTx* , foi desenvolvido com sucesso.

Procedeu-se a um estudo de comparação de métodos de controlo usando um modelo do helicóptero *Yamaha RMAX,* para o modo de voo pairado, como meio de enriquecer o trabalho e

fornecer um conjunto de ferramentas e conceitos que podem ser aplicados futuramente no helicóptero *Kalt Whisper* ou outros. Os métodos utilizados foram o controlo PID desacoplado e o LQR com realimentação de todos os estados. O capítulo 6 mostra os resultados obtidos destes dois tipos de controlo, mostrando também as vantagens em utilizar uma metodologia de controlo em cascata separando o controlo de atitude, num anel interior, do controlo de trajectória, num anel mais exterior. Foi também criado um ambiente de simulação que contribui para uma visualização mais compreensivel dos movimentos do helicóptero quando aplicados os controladores. Concluiu-se que o controlador LQR lida bastante melhor com os acoplamentos existentes entre os diferentes movimentos. No entanto, as técnicas de controlo descentralizado mostram que os PID são uma alternativa poderosa para resolver problemas de controlo complexos.

Neste trabalho foi também abordado um sistema de controlo de um micro-helicóptero coaxial da *RG Passion*® (ver apêndice I). Várias foram as tentativas de determinar a pose do veiculo e de comunicar as ordens de controlo ao helicóptero. Foi criado um sistema de comunicação usando o rádio transmissor e placas de comunicação da *National Instruments*®, e o software Simulink®. No entanto não foi possível controlar o aparelho devido a problemas relativos ao estado fisico do mesmo e a sua elevada instabilidade e fraca capacidade de carga, aliadas a uma bateria de pouca duração. Contribuiu-se num entanto com um método de detecção de orientação e altura para helicópteros deste tamanho.

Como em qualquer projecto, existe sempre a possibilidade de serem efectuadas melhorias e inovações. Neste caso, a primeira melhoria proposta passa pela aquisição de um helicóptero em melhores condições físicas. A utilização de sensores de medição que forneçam uma boa precisão e permitam recolher dados em relação a todos os graus de liberdade é também um requisito essencial para estender o trabalho de simulação aqui desenvolvido a um helicóptero físico em si. Como tal sugere-se a criação de um sistema com sensores inerciais e iGPS que permitam transmitir ao sistema de controlo todas as medidas de pose do helicóptero.

Até à data não foram feitas experiências com o helicóptero colocado na base projectada devido a dois problemas: a junta rotóide para o movimento de atitude do helicóptero necessita de ser aperfeiçoada e o helicóptero tem elevada vibração o que pode afectar as juntas da base e instabilizar. Com a resolução destes problemas o helicóptero pode então ser testado na base.

Em relação ao sistema de simulação implementado sugere-se a introdução de outras técnicas de controlo como LQG, MPC ou H_∞.

Bibliografia

Amidi, O. (1996), *An Autonomous Vision-Guided Helicopter,* PhD, Robotics Institute, Carnegie Mellon University.

Balderud, J. (2002), *Modelling and Control of a Toy-Helicopter*, Master's Thesis, Dep. of Electrical Engineering, Karlstad University.

Barrientos, A., Jaime, D. C. & Iñaki, A. (2001), 'Development of a low cost autonomous minihelicopter for power lines inspections', *Mobile Robots XV*, *Procedings of SPIE*, vol. 4195, pp.1-7

Bramwell, A. R. S., Done, G. & Balmford, D. (2001), *Bramwell's Helicopter Dynamics*, 2nd Edition, Oxford. Great Britain, Butterworth-Heinemann.

Bo, A. P. L., & Miranda, H.H.F. (2004), *Concepção de uma plataforma experimental para estudo de controle de um modelo reduzido de helicóptero,* Tese (Projecto final de graduação em Engenharia Eléctrica), Dep. de Engenharia Eléctrica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília.

Botto, M. A. (2006), *Controlo Óptimo*, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal.

Botto, M. A. (2007), *Controlo de Sistemas*, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal.

Carstens, N. (2005), *Development of a Low-Cost, Low-Weight Flight Control System for an Electrically Powered Model Helicopter*, PhD Thesis, University of Stellenbosch, South Africa.

Carvalho, E. (2008), *Localization and Cooperation of Mobile Robots Applied to Formation Control,* Master's Thesis, DEM, IST, Lisbon.

Castillo, C. L., Moreno, W. & Valavanis, K. P. (2007), 'Unmanned Helicopter Waypoint Trajectory Tracking Using Model Predictive Control', *Mediterranean Conference on Control and Automation.* Athens, Greece.

Castillo, C. L., Alvis, W., Castillo-Effen, M., Moreno, W. & Valavanis, K. (2005), 'Small scale helicopter analysis and controller design for non-aggressive flights', *Proceedings IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*.

Castillo-Effen, M., Castillo, C. L., Moreno, W. & Valavanis, K. (2007), 'Robustification of Decentralized PID Control for Small Unmanned Rotorcraft', *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,* San Diego, California.

Chang, W. D. & Yan, J. J. (2004), 'Optimum setting of PID controllers based on using evolutionary programming algorithm', *Journal of the Chinese Institute of Engineers,* 27(3), 439-442.

Ching, M. (1996), *A Five-bar-linkage Force Reflecting Interface for a Virtual Reality System via Implicit Force Control*, Master's Thesis, University of Waterloo, Canada.

Ching, M., & Wang, D. W. L. (1997), 'A five-bar force reflecting interface for a virtual reality system', *IEEE International Conference on Robotics and Automation,* 3012-3017.

Cunha, R. M. M. A. C. (2006), *Advanced Motion Control for Autonomous Air Vehicles*, PhD Thesis, DEEC, IST, Lisbon.

DeBitetto, P.A, & Sanders, C.P (1998), 'Hierarchical Control of Small Autonomous Helicopters', *In Proceeding of The 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Florida, USA.

Gravilets, V., Shterenberg, A., Dahleh, M. A. & Feron, E. (2000), 'Avionics System for a Small Unmanned Helicopter Performing Agressive Maneuvers', *19th Digital Avionics System Conference Proceedings*, vol.1, pp 1E2/1-1E2/7

Gravilets, V., Shterenberg, A., Martinos, I., Sprague, K., Dahleh, M. A. & Feron, E. (2001), 'Avionics System for Aggressive Maneuvers', *Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 16, pp 38-43.

Gavrilets, V. (2003), *Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters*, Ph.D. Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, MIT.

Goodwin, G. C., Graebe, S. F. & Salgado, M. E. (2000), *Control System Design*, Prentice Hall, Valparaíso, 663-666.

Hespanha, J. P. (2007), *Undergraduate lecture notes on LQG/LQR Controller Design,* UCSB, California.

Ishutkina, M. A. (2004), *Design and Implementation of a Supervisory Safety Controller for a 3DOF Helicopter*, Master's Thesis, Dep. of Aeronautics and Astronautics, MIT.

Kim, B., Chang, Y., & Lee M. H. (2004), 'System Identification and 6-DOF Hovering Controller Design of Unmanned Model Helicopter'*. JSME International Journal Series C* 49(4), 1048-1057.

Kim, S. & Tilbury, D. (1997), 'Mathematical Modeling and Experimental Identification of a Model Helicopter', *AIAA*-98-4357.

Kim, H.J., & Shim, D.H. (2003) 'A flight control system for aerial robots: Algorithms and experiments', *Control Engineering Practice 11 (2003),* 1389–1400.

Kureemunn, R., Walker, D. J., Manimala, B. & Voskuijl, M. (2005), 'Helicopter Flight Control Law Design Using H_∞ Techniques', *44th IEEE Conference on Decision and Control*, 1307-1312.

Lutfi, M., Budiyono, A. & Sutarto, H. Y. (2005), 'Hybrid Simulation For Safety Investigation Of Embedded Control Yamaha R-50 Helicopter Flight Control System', *The National Conference on Power and Mechatronics*, Bandung, Indonesia.

Martins, A.S. (2008), *Instrumentação e controle de atitude para helimodelo montado em uma plataforma de testes*, Dissertação de Mestrado, Dep. de Engenharia Eléctrica, Universidade de Brasília.

Mettler, B., Tischler, M. B., & Kanade, T. (1999), 'System Identification of Small-Size Unmanned Helicopter Dynamics', *55th Forum of the American Helicopter Society*. Montreal, Canada.

Mettler, B., Tischler, M. B., & Kanade, T. (2000), *System Identification of a Model-Scale Helicopter*, tech. report CMU-RI-TR-00-03, Robotics Institute, Carnegie Mellon University.

Mettler, B., Tischler, M. B., & Kanade, T. (2000), 'Attitude Control Optimization for a Small-Scale Unmanned Helicopter', *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*.

Mettler, B., Tischler, M. B., & Kanade, T. (2002), 'System Identification modelling of a small-scale rotorcraft for flight control design', *International Journal of Robotics Research 20 (10),* 795–807.

Molenaar, P.Z. (2007), *Model Predictive Control to Autonomous Helicopter Flight*, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven.

Morris, J.C., Nieuwstadt, M. Van & Bendotti, P. (1994), 'Identification and Control of a Model Helicopter in Hover', *American Control Conference* 11(20), 1238-1242.

Padfield, G. D. (2007), *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*, AIAA, Blackwell Science Ltd, Washington, DC.

Qing, L., Xiuyun, Y., Zhengao, L. & Fanfan, S. (2007), 'Construction of Helicopter-loop Simulation System and Model Identification', *Electronic Measurement and Instruments 2007 ICEMI'07 8th Intenational Conference*, 2-247-2-251.

Ravi, N., Roelle, M. J., Jungkunz, A. F., & Gerdes, J. C. (2006), 'Model Based Control Of Exhaust Recompression HCCI', *Advances in Automotive Control,* 5(1).

Roberts, J. F. (2007), *Design of an Autonomous Hovering Miniature Air Vehicle as a Flying Research Platform*, Master's Thesis, Dep. Microelectronic Eng., New South Wales, Australia.

Selow, R., & Veiga, S. L. (2005), 'Controlador do tipo LQG', *da Vinci*, 2(1), 155-172.

Shim, D. H., Kirn, H. J. & Sastry, S. (2000), 'Control System Design for Rotorcraft-based Unmanned Aerial Vehicles using Time-domain System Identification', *IEEE Conference on Control Applications*, Anchorage, Alaska.

Špinka, O., Kroupa, Š & Hanzálek, Z (2007), 'Control System for Unmanned Aerial Vehicles', *5th IEEE International Conference on Industrial Informatics. 455-460.*

Spong, M. W., Hutchinson S., & Vidyasagar (2005), M., *Robot Modeling and Control,* John Wiley & Sons, 209-211.

Subrahmanyan, P. K., & Seshu, P. (1995), ‘Dynamics of a flexible five bar manipulator’, *Computers and Structures* 63(2), 283-294.

Valavanis, Kimon P. (2007), *Advances in Unmanned Aerial Vehicles:State of the Art and the Road to Autonomy*. Florida, USA, Springer.

Vilchis, J. C. A., Brogliato, B., Dzul, A., & Lozano, R. (2003), ‘Nonlinear modeling and control of helicopters’. *Automatica* 39(9), 1583–1596.

Wang, D., & Vidyasagar, M. (1992), ‘Modeling a Class of Multilink Manipulators with the Last Link Flexible’, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 8(1), 33-41.

Watanabe, K., Yuta, Y., Yasushi, I. & Koichi, H. (2007),’Image-based visual PID control of a micro helicopter using a stationary camera’, *SICE Annual Conference*, Japan.

Weilenmann, M. F. (1994), *Robuste Mehrgrössen-Regelung eines Helikopters*, PhD Thesis, Diss. Techn. Wiss. ETH Zürich.

Zhao, M., & Murthy, V. R. (2009), ‘Optimal Controller for an Autonomous Helicopter in Hovering and Forward Flight’, *47th AIAA Aerospace Science Meeting*, Florida.

Apêndice A

Descrição dos parâmetros do modelo do helicóptero

Parâmetros	**Descrição**
X_u , X_a , Y_v , Y_b , L_u , L_v ,L_a ,L_b ,M_u ,M_v ,M_a ,M_b ,A_b B_a ,Z_a ,Z_b ,Z_w ,Z_r ,N_p ,N_w ,N_r ,N_{rfb} ,K_r ,K_{rfb}	Termos derivativos de estabilidade
$A_{\delta a}$,$A_{\delta b}$,$B_{\delta a}$,$B_{\delta b}$	Sensibilidade do *input* cíclico
g	Aceleração gravítica
τ_f	Constante de tempo da pá do rotor
$Z_{\delta \theta mr}$,$N_{\delta \theta mr}$,$N_{\delta \theta tr}$	Termos derivativos de controlo

Tabela A.1.Parâmetros do modelo em espaço de estados do helicóptero

$$A = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & L_a & L_b & 0 & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & M_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1/\tau_f & A_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & B_a & -1/\tau_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & Z_r & 0 \\ 0 & 0 & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_w & N_r & N_{rfb} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{rfb} \end{bmatrix}$$

Figura A.1 Interpretação das variáveis da matriz A do modelo

Apêndice B

Derivação das equações da dinâmica do manipulador e cálculo dos parâmetros das barras

Neste apêndice, a equação da dinâmica do manipulador de 5 barras é derivada usando a equação de Euler-Lagrange. A equação da dinâmica é usada na secção 4.1.1, e tem a forma

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \tag{B.1.}$$

em que *L* é o Lagrangeano do sistema, q e $\dot{q}$ são as coordenadas generalizadas e a sua derivada no tempo, respectivamente, e τ é a força externa aplicada ao sistema [Spong & Vydiasagar, 1989]. O Lagrangeano é definido pela diferença entre a energia cinética *K* e a energia potencial *P* do sistema,

$$L = K - P \tag{B.2.}$$

A energia cinética para um manipulador é

$$K = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\dot{q} \tag{B.3.}$$

onde $\dot{q}$ é o vector das velocidades angulares de junta e D(q) é a matriz de inércia da estrutura. Esta é uma matiz *n x n*, simétrica definida positiva em que *n* é o número de ligações. A matriz de inércia é definida como

$$D(q) = \sum_{i=1}^{n}\left[m_i J_{v_{ci}}(q)^T J_{v_{ci}}(q) + J_{w_i}(q)^T R_i(q) I_{ci} R_i(q)^T J_{w_{ci}}(q)\right] \tag{B.4.}$$

onde m_i é a massa da barra *i*, $J_{v_{ci}}$ e J_{w_i} são elementos da matriz Jacobiana do centro de massa da barra *i* , I_{c_i} é a matriz de inércia da barra *i* em relação ao seu centro de massa e R_i é uma transformação rotacional do referencial da barra para o referencial inercial. A matriz de inércia fica então, como descrita em[Spong & Vydiasagar, 1989],

$$D(q) = \sum_{i=1}^{4} m_i J_{v_{ci}}(q)^T J_{v_{ci}}(q) + \begin{bmatrix} I_1 + I_3 & 0 \\ 0 & I_2 + I_4 \end{bmatrix} \tag{B.5.}$$

A energia potencial da estrutura é definida como

$$P = gh^T m \tag{B.6.}$$

onde *g* é a aceleração da gravidade, *h* é um vector $n \times 1$ contendo as alturas dos centros de massa de cada barra, e *m* é um vector $n \times 1$ contendo as massas das barras. Para este caso fica

$$P = gsen(q_1)(m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1) + gsen(q_2)(m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_{c4}) \quad \text{(B.7.)}$$

B.1 Matriz Jacobiana

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg para os centros de massa de cada barra estão listados na tabela B.1, em que c_i representa o centro de massa de cada barra. O referencial da barra é definido como tendo a origem no seu centro de massa e o eixo x paralelo com a barra.

	Barra	θ	**d**	**a**	α
Centro de massa da barra 1	1	q_0	l_0	0	$\pi/2$
	c_1	q_1	0	$-l_{c1}$	0
Centro de massa da barra 2	2	q_0	l_0	0	$\pi/2$
	c_2	q_2	0	l_{c2}	0
Centro de massa da barra 3	2	q_0	l_0	0	$\pi/2$
	3	q_2	0	l_2	0
	c_3	q_1-	0	l_{c3}	0
Centro de massa da barra 4	1	q_0	l_0	0	$\pi/2$
	4	q_1	0	l_1	0
	c_4	q_2-	0	$-l_{c4}$	0

Tabela B.1. -Parâmetros de Denavit-Hartenberg para os centros de massa das barras

As transformações homogéneas do referencial inercial para os referenciais das barras, baseadas nos parâmetros de D-H, podem ser encontradas em [Ching, 1996].

Usando o vector de translação e transformação rotacional embebido na matriz de transformação homogénea, a matriz Jacobiana para cada centro de massa das barras é determinada. A matriz Jacobiana é particionada em duas partes,

$$J_{ci} = \begin{bmatrix} J_{v_{ci}} \\ \hline J_{w_{ci}} \end{bmatrix} \quad \text{(B.8.)}$$

a parte de cima relaciona as velocidades de junta com as velocidades lineares dos centros de massa, e a parte de baixo relaciona as velocidades de junta com as velocidades angulares dos centros de massa. As matrizes Jacobianas para cada centro de massa das barras são as demonstradas em seguida, em que Sq_i e Cq_i correspondem respectivamente ao seno e co-seno de q_i.

$$
J_{c1} = \left[\begin{array}{ccc}
l_{c1}S_{q0}C_{q1} & l_{c1}C_{q0}S_{q1} & 0 \\
-l_{c1}C_{q0}C_{q1} & l_{c1}S_{q0}S_{q1} & 0 \\
0 & -l_{c1}C_{q1} & 0 \\
\hline
0 & S_{q0} & 0 \\
0 & -C_{q0} & 0 \\
1 & 0 & 0
\end{array}\right]
\qquad
J_{c2} = \left[\begin{array}{ccc}
-l_{c2}S_{q0}C_{q2} & 0 & -l_{c2}C_{q0}S_{q2} \\
l_{c2}C_{q0}C_{q2} & 0 & -l_{c2}S_{q0}S_{q2} \\
0 & 0 & l_{c2}C_{q2} \\
\hline
0 & 0 & S_{q0} \\
0 & 0 & -C_{q0} \\
1 & 0 & 0
\end{array}\right]
$$

$$
J_{c3} = \left[\begin{array}{ccc}
-S_{q0}(l_{c3}C_{q1} + l_2C_{q2}) & -l_{c3}C_{q0}S_{q1} & -l_2C_{q0}S_{q2} \\
C_{q0}(l_{c3}C_{q1} + l_2C_{q2}) & -l_{c3}S_{q0}S_{q1} & -l_2S_{q0}S_{q2} \\
0 & l_{c3}C_{q1} & l_2C_{q2} \\
\hline
0 & S_{q0} & 0 \\
0 & -C_{q0} & 0 \\
1 & 0 & 0
\end{array}\right]
\qquad
J_{c4} = \left[\begin{array}{ccc}
-S_{q0}(-l_{c4}C_{q2} + l_1C_{q1}) & -l_1C_{q0}S_{q1} & l_{c4}C_{q0}S_{q2} \\
C_{q0}(-l_{c3}C_{q1} + l_2C_{q1}) & -l_1S_{q0}S_{q1} & l_{c4}S_{q0}S_{q2} \\
0 & l_1C_{q1} & -l_{c4}C_{q2} \\
\hline
0 & 0 & S_{q0} \\
0 & 0 & -C_{q0} \\
1 & 0 & 0
\end{array}\right]
$$

B.2 Matriz de Inércia

A matriz de inércia da estrutura é obtida substituindo as matrizes Jacobianas anteriores em (B.4.). Com n=4, I_{ci} obtem-se:

$$
I_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_i & 0 \\ 0 & 0 & I_i \end{bmatrix} \tag{B.9.}
$$

O termo I_i é a inércial de rotação da barra i sobre o seu centro de massa. A matriz de Inércia resultante tem a forma seguinte,

$$
D(q) = \begin{bmatrix} d_{00} & 0 & 0 \\ 0 & d_{11} & d_{12} \\ 0 & d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \tag{B.10.}
$$

onde,

$$
\begin{aligned}
d_{00} &= l_{c1}^2 \cos^2(q_1)m_1 + l_{c2}^2 \cos^2(q_2)m_2 + (l_{c3} \cos\ (q_1) + l_{c2} \cos\ (q_2))^2 m_3 + \\
&(l_{c4} \cos\ (q_2) - l_{c1} \cos\ (q_1))^2 m_4 + \cos^2(q_1)I_1 + \cos^2(q_2)I_2 + \cos^2(q_1)I_3 + \cos^2(q_2)I_4
\end{aligned} \tag{B.11.}
$$

$$
d_{11} = l_{c1}^2 m_1 + l_{c3}^2 m_3 + l_1^2 m_4 + I_1 + I_3 \tag{B.12.}
$$

$$
d_{12} = d_{21} = (m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4})\cos(q_2 - q_1) \tag{B.13.}
$$

$$
d_{22} = l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + l_{c4}^2 m_4 + I_2 + I_4 \tag{B.14.}
$$

B.3. Equação da dinâmica

Segundo [Spong e Vydiasagar, 1989], a equação de Euler – Lagrange pode ser escrita como

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \qquad \text{(B.15.)}$$

onde o elemento *kj* da matriz $C(q,\dot{q})$ é definido como

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^{n} c_{ijk}(q)\dot{q}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_j} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right\}\dot{q}_i \qquad \text{(B.16.)}$$

em que c_{ijk} é o símbolo de Christoffel.

A equação da dinâmica resultante para o manipulador é a seguinte

$$\begin{bmatrix}\tau_0\\ \tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{00} & 0 & 0\\ 0 & d_{11} & d_{12}\\ 0 & d_{21} & d_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{q}_0\\ \ddot{q}_1\\ \ddot{q}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial d_{00}}{\partial q_1}\dot{q}_0\dot{q}_1 + \frac{\partial d_{00}}{\partial q_2}\dot{q}_0\dot{q}_2\\ -\frac{1}{2}\frac{\partial d_{00}}{\partial q_1}\dot{q}_0^{\,2} + \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2}\dot{q}_2^{\,2}\\ -\frac{1}{2}\frac{\partial d_{00}}{\partial q_2}\dot{q}_0^{\,2} + \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1}\dot{q}_1^{\,2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\phi_0\\ \phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix} \qquad \text{(B.17.)}$$

onde

$$\phi_0 = 0 \qquad \text{(B.18.)}$$

$$\phi_1 = g(l_{c1}m_1 + l_{c3}m_3 + l_1 m_4)\cos(q_1) \qquad \text{(B.19.)}$$

$$\phi_2 = g(l_{c2}m_2 + l_2 m_3 - l_{c4}m_4)\cos(q_2) \qquad \text{(B.20.)}$$

Apêndice C

Cálculo dos parâmetros do manipulador

Neste apêndice são descritos os modelos matemáticos para cada barra em termos das suas massas, comprimentos, momentos e inércias de rotação. É também descrito um procedimento para calcular os parâmetros pretendidos.

C.1. Modelos das barras

Para simplificar os modelos das barras foram feitas algumas suposições. As barras são modeladas como massas lineares e os contrapesos e juntas como massas pontuais.

Sobre que material usar para as barras, os requisitos englobavam que estas fossem leves e rígidas de modo a não curvarem sobre o peso do helicóptero. A escolha recaiu sobre os perfis de alumínio da *Bosch Rexroth®*. A densidade linear de um perfil 20 x 20 mm, usado em cada barra, é de 0,4 kg/m. Para as juntas foi considerada uma massa de 0,02 kg. Foi também considerado um espaço de montagem em cada extremo das barras de 0,03 m. Os modelos incluem um contrapeso na barra 4 que pode ser útil noutras aplicações, ou até mesmo se se quiser usar o peso da base do helicóptero como uma variável a ter em conta no cálculo do equilíbrio gravítico da plataforma.

As variáveis seguintes foram usadas nas equações das barras:

ρ_i = 0,4 kg/m	densidade linear da barra *i*
m_j = 0,01 kg	massa de metade de uma junta
pd = 0,03 m	espaço de montagem
m_{li}	massa da barra *i* sem peso adicional
m_i	massa total da barra *i*
m_{hi}	massa do contrapeso da barra *i*
l_{it}	comprimento total da barra *i*
I_i	Inércia rotacional em torno do centro de massa da barra *i*

C.1.1. Modelo para a barra 1

As equações seguintes representam o modelo para a barra 1:

$$l_{1t} = l_1 + l_{1c}^{'} + l_{h1} + 2pd \tag{C.1.}$$

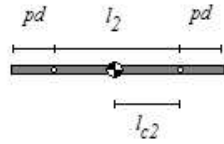
$$m_{l1} = l_{1t}\rho_1 \quad \text{(C.2.)}$$

$$m_1 = 2m_j + m_{l1} + m_{h1} \quad \text{(C.3.)}$$

$$(l_1 + l_{1c}^{'})m_1 = m_{l1}\left(\frac{l_{1t}}{2} - pd\right) + l_1 m_j + (l_1 + l_{1c}^{'} + l_{h1})m_{h1} \quad \text{(C.4.)}$$

$$I_1 = m_{h1}l_{h1}^2 + m_{l1}\frac{l_{1t}^2}{12} + m_{l1}(l_1 - \frac{l_{1t}}{2} + l_{c1}^{'})^2 + m_j\left[(l_1 + l_{1c}^{'})^2 + l_{1c}^{'\,2}\right] \quad \text{(C.5.)}$$

A equação (C.1.) é a equação do comprimento, (C.2.) e (C.3.) são as equações das massas, (C.4.) é a equação do momento e (C.5.) a equação da inércia.

C.1.2. Modelo para a barra 2

As equações seguintes representam o modelo para a barra 2:

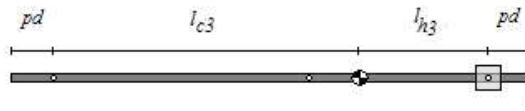
$$l_2 = \alpha l_1 \quad \text{(C.6.)}$$

$$l_{c2} = \frac{l_2}{2} \quad \text{(C.7.)}$$

$$m_2 = \rho_2(l_2 + 2pd) + 2m_j \quad \text{(C.8.)}$$

$$I_2 = m_2\frac{(l_2 + pd)^2}{12} + 2m_j l_{c2}^2 \quad \text{(C.9.)}$$

As equações (C.6.) e (C.7.) são as equações do comprimento, (C.8.) é a equação das massa, e (C.9.) a equação da inércia.

C.1.3. Modelo para a barra 3

As equações seguintes representam o modelo para a barra 3:

$$l_{3t} = l_{c3} + l_{h3} + 2pd \quad \text{(C.10.)}$$

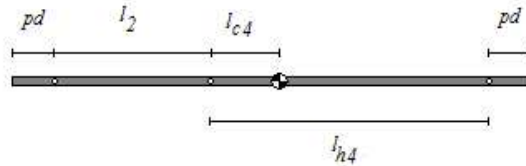
$$m_{l3} = (l_{c3} + l_{h3} + 2pd)\rho_1 \quad \text{(C.11.)}$$

$$m_3 = 2m_j + m_{l3} + m_{h3} \quad \text{(C.12.)}$$

$$l_{c3}m_3 = m_{l3}\left(\frac{l_{3t}}{2} - pd\right) + l_1 m_j + (l_{c3} + l_{h3})m_{h3} \quad \text{(C.13.)}$$

$$I_3 = m_{h3}l_{h3}^2 + m_{l3}\frac{l_{c3}^2}{12} + m_{l3}(l_{c3} - \frac{l_{3t}}{2} + pd)^2 + m_j\left[(l_{c3} - l_1)^2 + l_{c3}^2\right] \quad \text{(C.14.)}$$

A equação (C.10.) é a equação do comprimento, (C.11.) e (C.12.) são as equações das massas, (C.13.) é a equação do momento e (C.14.) a equação da inércia.

C.1.4. Modelo para a barra 4

As equações seguintes representam o modelo para a barra 4:

$$l_{4t} = l_2 + l_{h4} + 2pd \quad \text{(C.15.)}$$

$$m_{l4} = \rho_4 l_{4t} \quad \text{(C.16.)}$$

$$m_4 = m_{l4} + m_{h4} + 2m_j \quad \text{(C.17.)}$$

$$(l_2 + l_{c4})m_4 = m_{l4}\left(\frac{l_2 + l_{h4} + 2pd}{2} - pd\right) + l_2 m_j + (l_2 + l_{h4})m_{h4} \quad \text{(C.18.)}$$

$$I_4 = m_{l4}\frac{l_{4t}^2}{12} + m_{l4}(l_2 + l_{c4} - \frac{l_{4t}}{2} + pd)^2 + m_j\left[(l_{c4} + l_2)^2 + l_{c4}^2\right] + m_{h4}(l_{h4} - l_{c4})^2 \quad \text{(C.19.)}$$

A equação (C.15.) é a equação do comprimento, (C.16.) e (C.17.) são a equações das massas, (C.18.) é a equação do momento e (C.19.) é a equação da inércia.

C.2. Cálculo dos parâmetros

Nesta secção é descrito o procedimento que foi implementado em *Matlab*® usando as equações descritas anteriormente para determinar os parâmetros das barras e contra-pesos. O critério de escolha dos parâmetros óptimos é a minimização da inércia da estrutura, pelo que a função de custo será o mínimo da norma-2 do vector $\begin{bmatrix} d_{00} & d_{11} & d_{22} \end{bmatrix}^T$. Pretende-se como segundo critério que a estrutura seja leve e que as dimensões não sejam exageradas de modo a obter um espaço de trabalho razoável. Cinco parâmetros são escolhidos para iniciar o algoritmo: $l_{h4}, l_1, l_{c1}^{'}, m_{h4}$ e *α*. As densidades lineares das barras assim como o peso das juntas e espaço de montagem são também conhecidos.

O algoritmo consiste na sequência de cálculos seguinte:

1. Obter l_2 a partir de (C.6.)
2. Obter m_2 a partir de (C.8.)
3. Obter l_{c2} a partir de (C.7.)
4. Obter m_{l4} a partir de (C.16.), em que $m_{l4} \geq 0$
5. Obter m_4 a partir de (C.17.), em que $m_4 \geq 0$
6. Obter l_{c4} a partir de (C.18.)
7. Obter m_3 a partir de (4.9.), em que $m_3 \geq 2m_j$
8. Obter l_{c3} a partir de (4.8.), em que $l_{c3} \geq l_1$
9. Substituir (C.11.) e (C.12.) em (C.13.), e obter l_{h3}, em que $l_{h3} \in \Re$ e $l_{h3} \geq 0$

$$\frac{1}{2}\rho_3 l_{h3}^2 - [m_3 - 2m_j - \rho_3(pd + l_{c3})]l_{h3} - [(l_1 - 2l_{c3})m_j - 2\rho_3(l_{c3}^2 + 2l_{c3}pd)] = 0 \qquad \text{(C.20.)}$$

10. Obter m_{l3} a partir de (C.11.), em que $m_{l3} \geq 0$
11. Obter m_{h3} a partir de (C.12.), em que $m_{h3} \geq 0$
12. Obter m_1 a partir de (4.10.), em que $m_1 \geq 2m_j$
13. Substituir (C.3.) e (C.2.) em (C.4.), e rearranjar para obter l_{h1}, em que $l_{h1} \in \Re$ e $l_{h1} \geq 0$

$$\frac{1}{2}\rho_1 l_{h1}^2 - [m_1 - 2m_j - \rho_1(pd + l_{c1}' + l_1)]l_{h1} - [(l_{c1}' - l_1)m_j - \frac{1}{2}\rho_1((l_{c1}' + l_1)^2 + 2(l_{c1}' + l_1)pd)] = 0$$

(C.21.)

14. Obter l_{1t} a partir de (C.1.)
15. Obter m_{l1} a partir de (C.2.), em que $m_{l1} \geq 0$
16. Obter m_{h1} a partir de (C.3.), em que $m_{h1} \geq 0$
17. Obter l_{3t} a partir de (C.10.)
18. Obter l_{4t} a partir de (C.15.)

Apêndice D

Análise do modelo Yamaha R50: Modos do sistema

Neste apêndice são apresentadas as repostas para cada modo do sistema representado pelo modelo usado no capítulo 5, e a matriz de ganhos estáticos do sistema, usada para confirmar os pares de controlo entrada/saída.

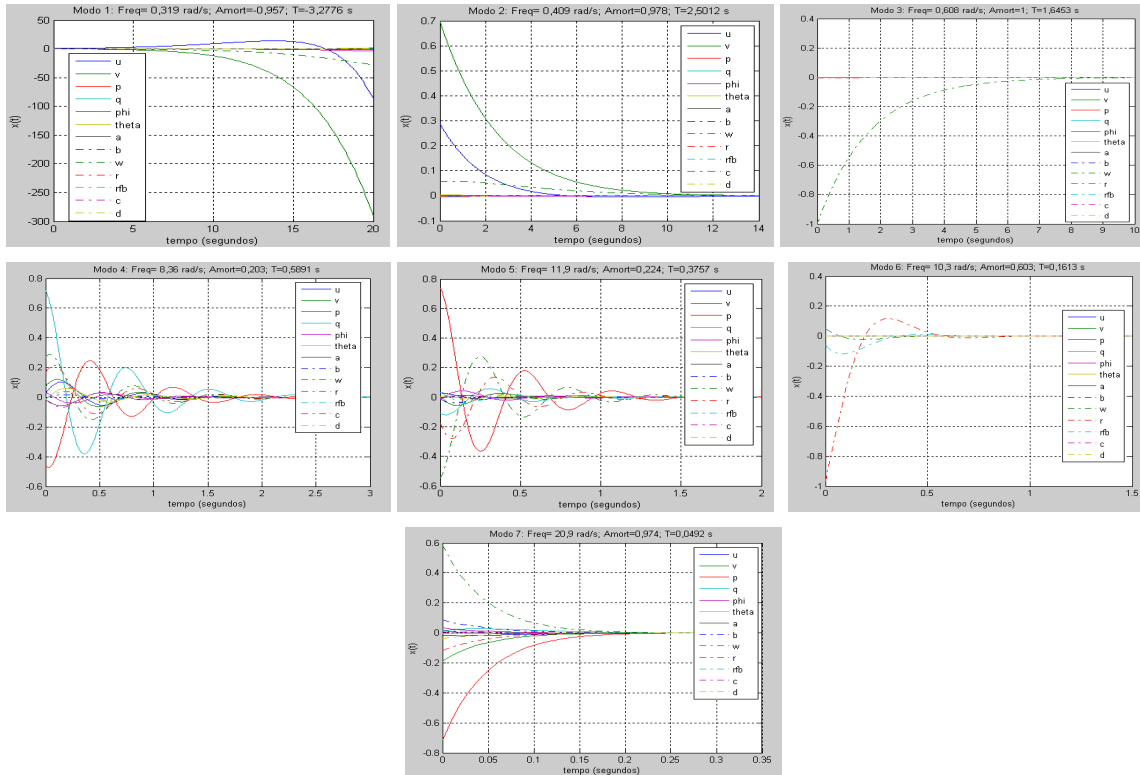



Figura D.1. Modos do sistema

	δ_{lat}	δ_{lon}	δ_{ped}	δ_{col}
u	166,19	-229,54	0	0
v	-207,35	-139,57	0	0
p	0	0	0	0
q	0	0	0	0
Φ	-1,31	-0,59	0	0
θ	-0,23	0,61	0	0
a	-0,03	-0,25	0	0
b	0,32	-0,08	0	0
w	-69,85	20,54	3,96	-75,76
r	-0,96	-0,19	2,62	-0,77
r_{fb}	-0,25	-0,05	0,69	-0,2
c	0	-0,26	0	0
d	0,27	0	0	0

Tabela D.1. Ganhos estáticos do sistema

Apêndice E

Seguimento de referências com LQR

O método usado para projectar os controladores lineares quadráticos garante a obtenção de um sistema de controlo que estabiliza sempres as saídas, sendo apenas necessário que o sistema seja observável e controlável. No entanto, a aplicação directa da matriz de ganhos apenas garante a estabilidade da resposta, mas não corrige erros estacionários caso se pretenda que a saída siga uma referência determinada. Desta forma torna-se necessário desenvolver um sistema que garanta o seguimento das referências pretendidas (*tracking*).

O sistema passa então a ser representado da forma seguinte:

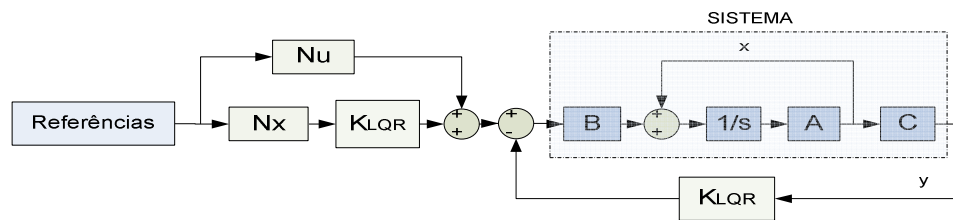



Figura E.1 Sistema com seguimento

A lei de controlo é então modificada resultando, como descrito em [Ravi, 2006], em:

$$u = -K_{LQR}x + (N_u + K_{LQR}N_x)ref \quad \text{(E.1)}$$

Onde *ref* é a referência, K_{LQR} é a matriz do controlador e N_u e N_x obtém-se a partir da relação

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad \text{(E.2.)}$$

Segundo [Sellow & Veiga, 2005], *Nu* converte o valor da referência nos valores desejados da saída *y*, dentro dos valores de *x*, e *Nx* deixa em equilíbrio a entrada das variáveis de estado.

Para o caso do helicóptero em estudo, apartir da equação E.2. obtiveram-se Nx e Nu:

$$N_x = \begin{bmatrix} -51{,}775 & 424{,}955 & 0 & 0 \\ 169{,}220 & 65{,}314 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0.0812 & 0{,}334 & 0 & 0 \\ -0{,}191 & 0{,}312 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}2615 \\ 0{,}064 & 0{,}362 & 0 & 0 \\ -0{,}178 & 0{,}171 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad N_u = \begin{bmatrix} -0{,}6508 & 0{,}6261 & 0 & 0 \\ -0{,}2456 & -1{,}3980 & 0 & 0 \\ -0{,}1008 & -0{,}1564 & 0{,}0039 & 0{,}3883 \\ 0{,}5281 & -0{,}9645 & 0{,}0134 & 0{,}0203 \end{bmatrix}$$

Apêndice F

Rádio Futaba T7C, receptor e controlos no teclado

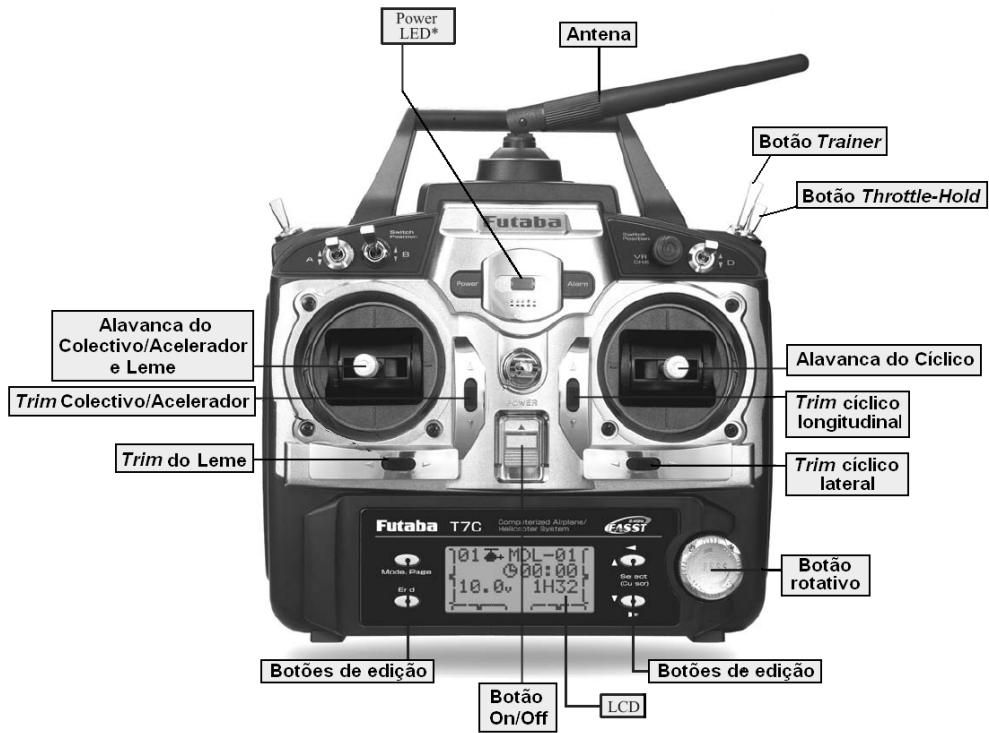



Figura F.1 Rádio Futaba T7C com representação dos principais botões

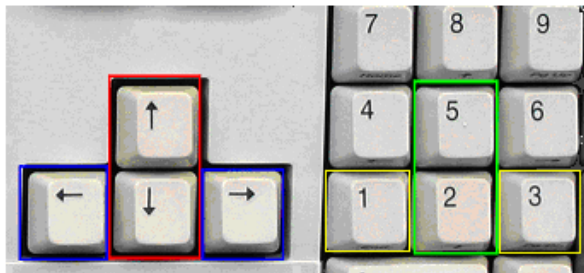
Figura F.2 Receptor Futaba R617FS

Tecla	Função
Seta cima	Acelerador/Colectivo cima
Seta baixo	Acelerador/Colectivo baixo
Seta esquerda	Leme esquerda
Seta direita	Leme direita
5	Cíclico longitudinal avança
2	Cíclico longitudinal recua
1	Cíclico lateral esquerda
3	Cíclico lateral direita

Figura F.3 Teclas de controlo manual

Apêndice G

Componentes e montagem final do helicóptero

Neste apêndice encontra-se uma descrição da montagem final do helicóptero, esquema de ligações e procedimento de para ligar/desligar o helicóptero.

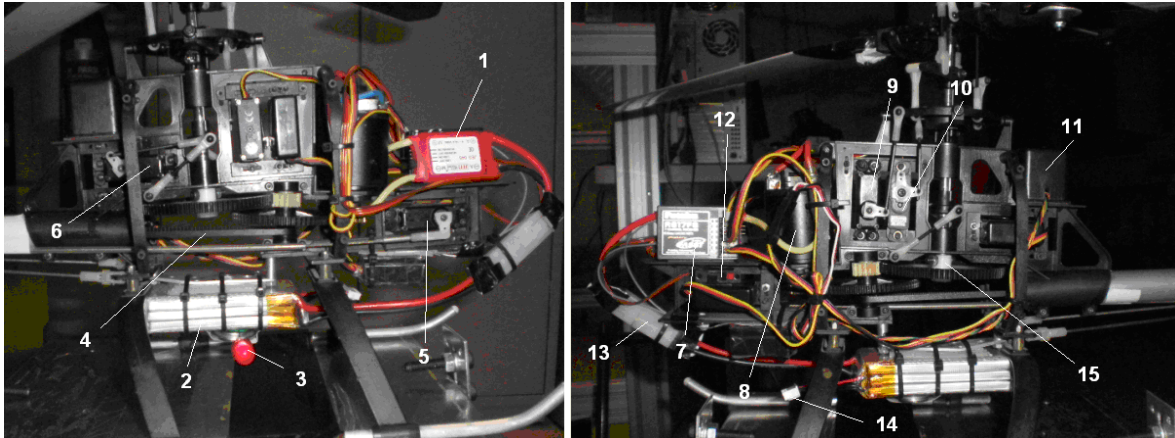



Figura G.1 Montagem final do helicóptero

Legenda:

1. Variador de tensão
2. Bateria
3. *LED*
4. Correia de ligação ao rotor de cauda
5. Servo da cauda
6. Servo do colectivo
7. Receptor de sinais
8. Motor
9. Servo do cíclico lateral
10. Servo do cíclico longitudinal
11. Giroscópio
12. Botão ON/OFF
13. Ficha de conexão da bateria ao motor
14. Entrada do equalizador da bateria
15. Roda dentada de ligação ao veio do rotor principal (recuperada)

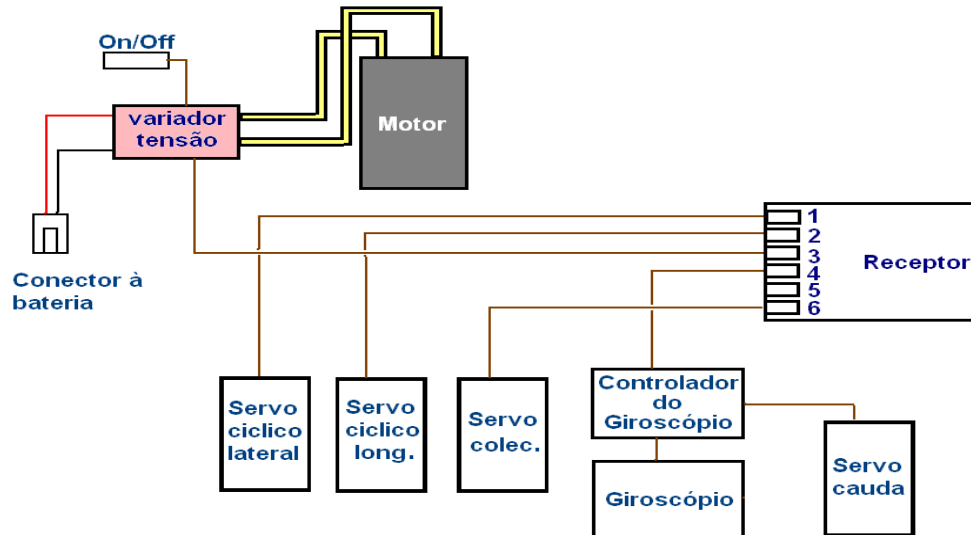



Figura G.2 Esquema de ligações

Para preparar o helicóptero para ser utilizado deve seguir-se o seguinte procedimento:

1. Certificar que a alavanca de controlo colectivo do transmissor está no mínimo;
2. Certificar que botão de *Trainer* e botão de *Throttle-Hold* estão desligados;
3. Conectar ficha do variador à bateria;
4. Ligar botão On/Off do variador;
5. Ligar o transmissor.

Para desligar o helicóptero deve sempre desligar-se primeiro o transmissor:

1. Certificar que a alavanca de controlo colectivo do transmissor está no mínimo;
2. Certificar que botão de *Trainer* e botão de *Throttle-Hold* estão desligados;
3. Desligar o transmissor;
4. Desligar botão On/Off do variador;
5. Desconectar ficha da bateria.

Apêndice H

Ambiente Virtual

Como forma de avaliar o desempenho dos controladores de uma forma mais perceptivel em termos visuais, foi criado um ambiente em simulação recorrendo à toolbox de Realidade Virtual do *Simulink®*. A realidade virtual surge como uma ferramenta útil e segura para testar o comportamento de controladores antes de os aplicar nos sistemas reais. A figura H.1 mostra o modelo de helicóptero usado nesta simulação.

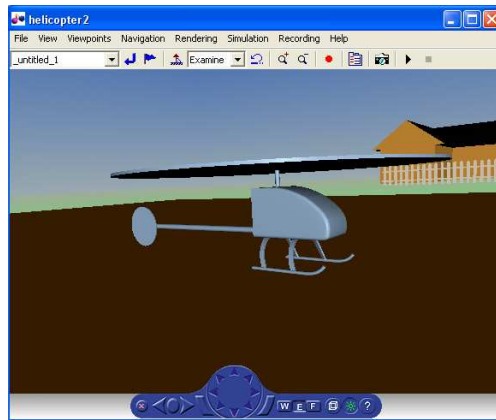



Figura H.1 Modelo de helicóptero em realidade virtual

A figura seguinte mostra a posição ao longo de uma trajectória circular em x e y, de raio 5 m, e com elevação até 4 m ao longo da trajectória e consequente descida. O percurso foi efectuado em 125 segundos.

Figura H.2 Posição do helicóptero em ambiente virtual ao longo de uma trajectória circular com elevação e descida

Apêndice I

Abordagem de controlo para um micro helicóptero

Antes de ter disponível o helicóptero de modelismo visado neste trabalho foi efectuada uma primeira abordagem de controlo utilizando o micro-helicóptero *Smartfighter®* de 3 canais da marca *RG Passion®* como o apresentado na figura I.1.

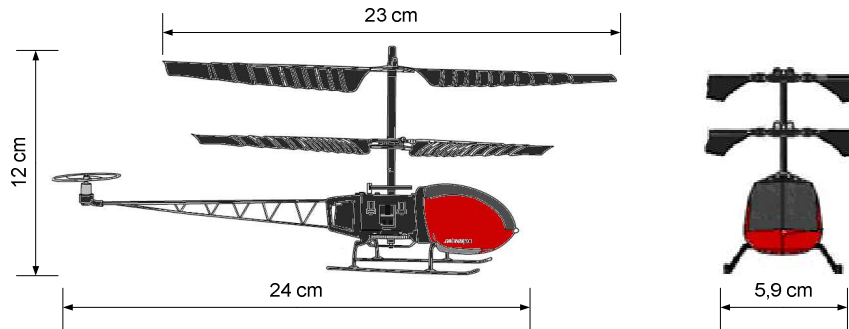



Figura I.1. Dimensões do Smartfighter®

Este aparelho, com cerca de 40g de peso, é capaz de efectuar deslocamentos num espaço de 3 dimensões através da combinação de três movimentos controlados pelo piloto: subida/descida (1)-(colectivo), avanço/recuo (2)-(passo longitudinal) e direita/esquerda (3)-(leme), cujas alavancas de controlo estão representadas na figura I.2a). O movimento de subida é feito através da rotação dos motores coaxiais, e o diferencial entre estes garante a mudança de direcção do nariz do helicóptero. Um pequeno motor na cauda faz o helicóptero inclinar-se para a frente ou para trás. De forma a permitir que computador controle cada um destes movimentos foi necessário efectuar um *desvio* ao envio dos sinais *PWM* do transmissor para o receptor do helicóptero, que por sua vez usa esses sinais para actuar sobre os motores responsáveis pela rotação dos rotores.

Foi então efectuada uma modificação física ao transmissor. Os *inputs* de controlo são regulados através de 3 potenciómetros, cada qual associado a uma alavanca e ao seu regulador de *trim* (responsável pelos ajuste fino dos *inputs*). A figura I.2 b) mostra a tracejado as ligações de cada potenciómetro ao circuito integrado responsável por enviar os sinais *PWM* ao helicóptero. P1, P2 e P3 são os potenciómetros que regulam cada um dos respectivos canais. A azul está representado fio que transmite os sinais até à antena.

Para utilizar o computador em lugar das alavancas do comando tornou-se necessário desligar os fios que faziam a conexão entre os potenciómetros e o circuito integrado. O passo seguinte consistiu em adquirir placas de conversão D/A de forma a converter o sinal digital do computador para um sinal analógico recebido pelo transmissor. Utilizaram-se para este fim duas placas da *National Instruments* ® modelo NI6008, pois cada uma apenas tem duas saídas

analógicas e é necessário controlar 3 canais. A figura I.2 b) mostra as ligações efectuadas. A tracejado estão representadas as ligações entre os potenciómetros e o circuito integrado, anteriores à alteração. Os fios vermelhos são conectados ás entradas de terra da placa, e os fios pretos recebem as tensões fornecidas pelas placas. Estes últimos estão numerados, correspondendo a cada um dos canais de controlo anteriormente referidos. A ligação das placas ao PC é feita por cabos USB.

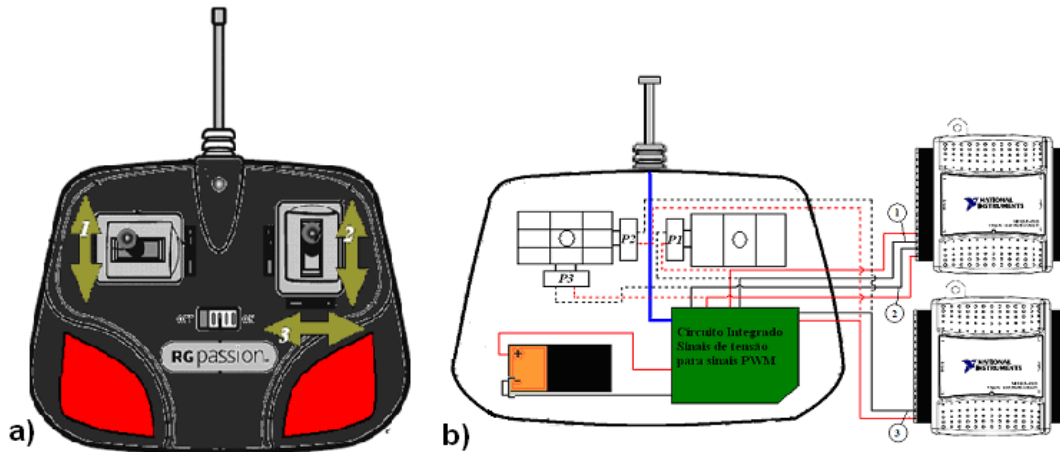



Figura I.2. Rádio transmissor e esquematização do seu interior

Para testar o funcionamento das ligações a partir do computador criou-se uma interface em *Simulink* que permite enviar as tensões necessárias para as placas, e por sua vez destas para o transmissor.

O canal responsável por fornecer a tensão aos motores do helicóptero (canal 1) é o mais importante, pois os restantes canais dependem do seu funcionamento. Antes das alterações físicas ao controlo transmissor, era mantido um circuito fechado de tensão desde a bateria ao circuito integrado passando pelos potenciómetros. Mas com as alterações físicas o circuito foi interrompido. Como tal tornou-se necessário determinar qual a tensão que deveria ser fornecida da placa ao canal 1 para os motores do helicóptero começarem a funcionar, assim como a tensão máxima que este deverá aceitar. De notar que estas variam ao longo do tempo em que a bateria do helicóptero se encontra em funcionamento. A bateria do próprio transmissor também influência o controlo do helicóptero pois esta alimenta o circuito integrado do transmissor. Determinou-se então por experimentação que as tensões a fornecer a cada canal variavam entre 0,7 e 1,7 V para o canal 1, de 0 a 0,8V para o canal 2 e de 0,8 a 1,5V para o canal 3.

A figura I.3 apresenta o esquema em *Simulink* que fornece as tensões ás placas. A verde-claro estão representados três ganhos variáveis que permitem fornecer tensões aos respectivos canais de controlo sendo úteis para uma afinação em tempo real do valor de tensão nominal a ser fornecido em dado momento, funcionando como as alavancas de *trim* do transmissor.

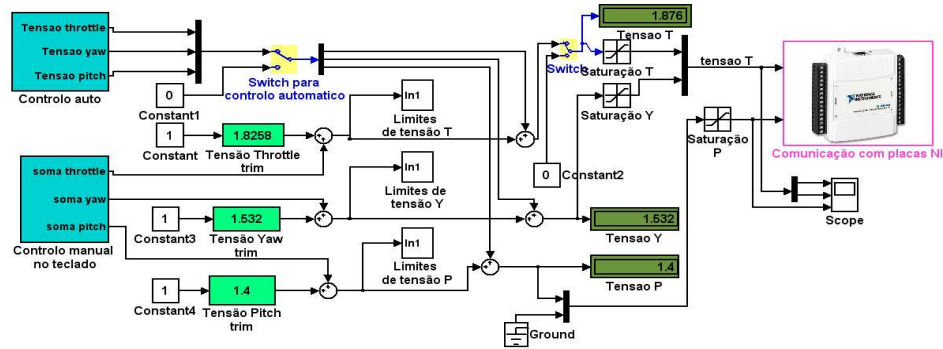



Figura I.3. Esquema de comunicação com as placas de aquisição

Foi também criado um bloco que permite o controlo do helicóptero através do teclado do computador simulando as alavancas de controlo do rádio transmissor, denominado *Controlo manual no teclado* como se observa na figura I.3. O bloco *Controlo Auto* é o responsável pelo controlo automático do helicóptero. Na figura I.4 observam-se as teclas de controlo manual. A vermelho observam-se as teclas de controlo de subida e descida, a azul as de controlo da direcção, e a verde as teclas de controlo para a avançar (tecla 5) e para recuar (tecla 2).

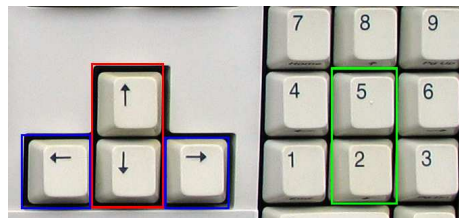



Figura I.4. Teclas de controlo manual

I.1. Metodologias utilizadas

Uma vez garantida a comunicação do computador ao rádio do helicóptero o próximo passo consistiu em determinar uma forma de detectar a posição e orientação do helicóptero e fornecer estes dados ao computador, com o objectivo de fechar o anel de controlo. A utilização de sensores inerciais ou acelerómetros colocou-se fora de questão logo à partida pois o helicóptero tem uma forte restrição de peso. A alternativa possível seria utilizar métodos de detecção visual como no caso do capítulo 5.

I.1.1. Controlo de orientação numa base com um eixo de rotação

Numa primeira fase usou-se um *LED*, alimentado por uma pilha, e uma camara *web*, com a intenção de controlar a orientação do helicóptero. A camara, colocada a uma distancia fixa do helicóptero, detecta a localização do *LED* após ser feito um tratamento da imagem recebida. A metodologia utilizada foi a mesma descrita na secção 5.4.

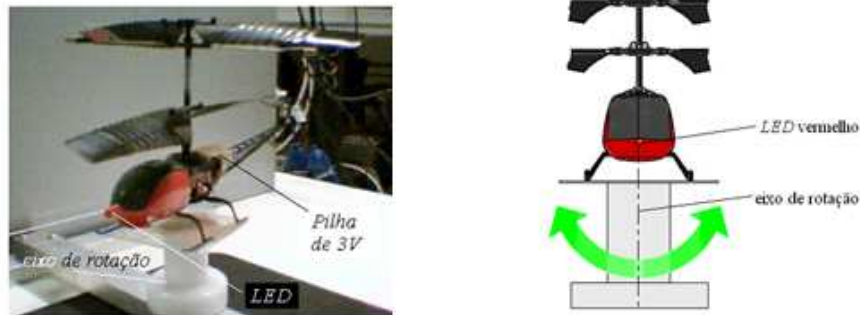



Figura I.5 Representação do helicóptero no eixo de rotação

Figura I.6 Imagem captada pela camara (esquerda) e imagem binarizada (direita)

Considerando o centro da imagem como o ponto de referência fornece-se uma acção de controlo a partir do erro entre a posição actual e a referência (centro da imagem). Desta forma, o erro na horizontal pode ser utilizado como uma medida do erro de orientação do nariz do helicóptero. Quando o helicóptero está alinhado directamente com a câmara, o centro de massa do *LED* corresponde a uma orientação de 0º. Naturalmente, o erro de posição do centro de massa não corresponderá efectivamente ao erro real de orientação já que o *LED* do helicóptero ao girar sobre o eixo afasta-se da câmara que está numa posição fixa. No entanto, esta abordagem não deixa de ser aplicável para testar um controlador simples. Uma restrição é o facto de a câmara perder o contacto visual com o *LED* se o helicóptero girar mais de 90º.

O erro entre a referência vertical e o centro de massa nessa direcção pode ser utilizado como uma medida de actuar sobre o controlo da altitude. Para tal seria necessário utilizar uma plataforma que permitisse a subida e descida para além a rotação do *yaw*.

Para proceder ao controlo da orientação foi necessário determinar as tensões nominais de *trim* a fornecer a cada canal de modo a que o aparelho se encontrasse proximo das condições de voo estacionário. Começou-se por manter a tensão fornecida ao canal do movimento vertical num valor perto dos 1,2 V. Para este ponto determinou-se a tensão nominal a fornecer ao canal da direcção de modo a manter perto da situação estacionária, e verificou-se que rondava os 0,8 V. No canal 3 foi também determinada a tensão que mantinha a hélice traseira desligada, sendo este valor proximo de 1V. A figura I.7 mostra dois blocos PID correspondentes a controladores

aplicados ao movimento de orientação e ao movimento vertical, sendo que este último não é utilizado ainda nesta experiencia. Após alguns testes com controladores proporcionais obteve-se um controlador com K_p = 0,015 conseguindo-se controlar a em torno da referência, embora com algumas oscilações mas sem erro estacionário. No entanto, o tempo de utilização da bateria do helicóptero é muito curto, e rápidamente este deixa de funcionar. Ao longo do tempo de descarga nota-se também que a eficácia do controlador decresce bastante, devido à dinâmica do helicóptero ser bastante não-linear e variante no tempo. Após novo recarregamento das baterias, novas tentativas de controlar a direcção do helicóptero usando os mesmos valores de tensão e o mesmo controlador proporcional revelaram-se infrutíferas, já que se observavam oscilações bastante pronunciadas e a existência de erro estacionário que também não era constante. A afinação dos ganhos integral e derivativo do controlador PID não apresentaram melhorias, verificando-se também que apesar da tensão que estava a ser fornecida ao canal 3 ser constante a hélice traseira começava a funcionar. Este pormenor pode estar relacionado com o facto de existir alguma relação entre os sinais fornecidos à antena no circuito integrado do rádio transmissor, mas que no entanto não foi possível determinar. Verificou-se também a existência de interferências no sinal comunicado pelo rádio devido possivelmente a mau contacto nos fios de ligação do rádio ás placas NI. Tentou minimizar-se este tipo de interferência ao máximo, reduzindo por exemplo o tamanho dos fios, e acondicionando-os de tal forma que algum possível contacto físico nestes, ou movimentos no rádio, não afectassem o sinal.

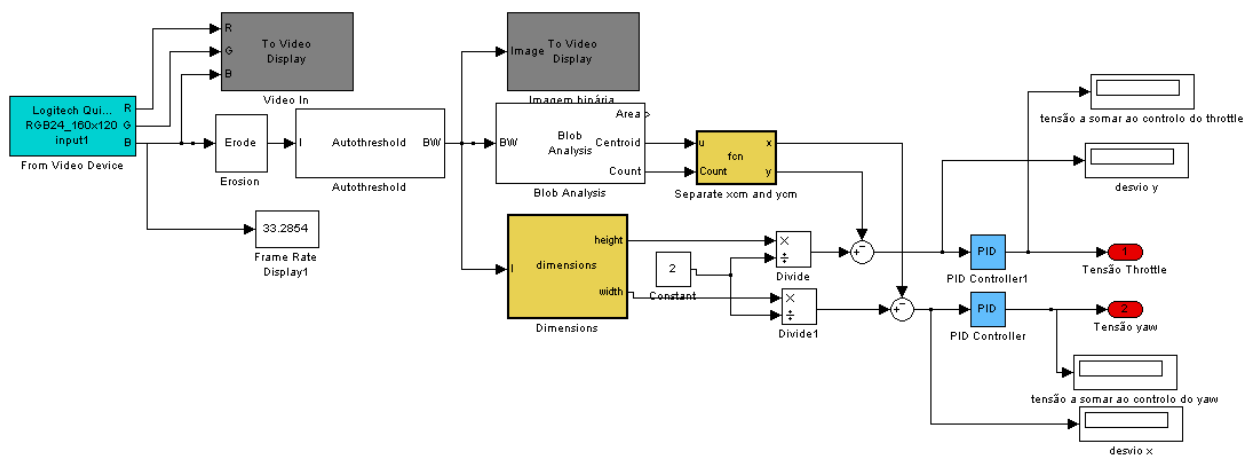



Figura I.7 Interior do bloco de controlo em Simulink para controlo de orientação (yaw)

I.1.2. Controlo de orientação e movimento vertical

Um dos problemas relativos à abordagem anterior é o facto de o eixo ao qual o helicóptero foi preso ter algum atrito e inércia o que significa que a dinâmica do aparelho solto será bastante diferente da dinâmica deste quando acoplado a uma base. Por esta razão e

também por se pretender controlar a altitude, fizeram-se experiências com uma base que permitisse ter liberdade no movimento vertical.

Ainda utilizando a metodologia do *LED* verificou-se que o peso adicional da pilha que o alimenta dificulta a subida do helicóptero, para além de deslocar o seu centro de massa para mais perto da cauda. Outro factor é o próprio peso da base que o helicóptero também necessita de suportar. Deste modo foram sendo feitas alterações físicas ao tipo de base a utilizar, escolhendo materiais o mais leves possivel. A base mais leve e rígida conseguida consiste numa palhinha, um pedaço de cartão rígido e um fio. Foi utilizada cola endurecível na junção entre a palhinha de plástico e cartão de modo a impedir que exista dobragem nesta junção, quando o helicóptero se começa a movimentar e a levantar.

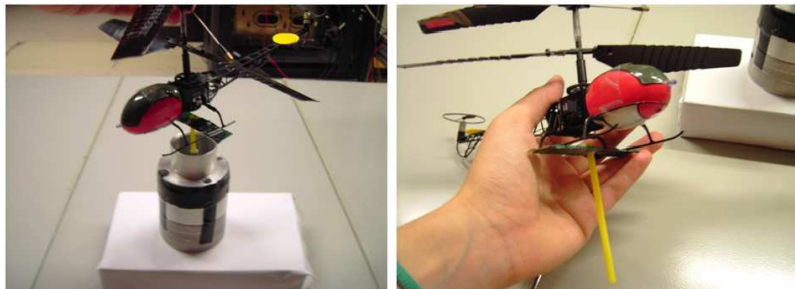



Figura I.8 Helicóptero base com liberdade rotacional e vertical, e pormenor do eixo de suporte

No entanto, obter uma base suficientemente rígida para mover o helicóptero exclusivamente na vertical e em orientação revela-se complicado, já que os materiais mais rígidos geralmente implicam maior peso. Deste modo se veio a verificar que a base mencionada tem pouca liberdade de deslocamento vertical, e ainda assim se nota algum atrito e inclinação do helicóptero durante o seu movimento. No que diz respeito à detecção da pose do helicóptero a abordagem do *LED* acaba por ser bastante redutora, pelo que foram encontradas alternativas para determinar a posição e orientação do helicóptero. Decidiu-se então utilizar pedaços de cartolina ou papel de lustro coloridos e fazer a detecção da pose.

Dois circulos de cartão são colocados no helicóptero para que permitam a determinação das coordenadas x, y e z assim como a direcção do nariz do aparelho (figura I.9).

Figura I.9 Colocação dos círculos amarelos no helicóptero

O método utilizado baseia-se na diferenciação de cor dos círculos em relação à imagem de fundo. Para tal determinou-se qual a melhor cor a utilizar e em que espaço de cores a

detecção da imagem iria ser efectuada. Foram realizados vários testes em diferentes espaços de cor e usando círculos de diferentes cores até se encontrar a combinação que melhor se adaptava ao predendido, já que se requer o mínimo de captação de ruído possível. De entre estes testes destaca-se a detecção de cores no espaço RGB por diferenciação dos valores dos pixeis. Por exemplo, para diferenciar a cor amarela foi usado um método em que os diferentes canais de cor da imagem são separados. Posteriormente, o valor do pixel em cada canal de cor (entre 0 e 255, ou entre 0 e 1 caso estejam normalizados) é comparado com os valores mínimo e máximo admitidos para ser considerado da cor amarela: $110 < R < 180$; $150 < G < 190$; $45 < B < 70$. Porém, esta metodologia não é suficientemente robusta às variações de luminosidade e outras interferências que causem ruído pelo que foi encontrada uma outra alternativa. Escolheu-se então usar o espaço de cores *Y'CbCr* e a cor amarela para os círculos. Esta decisão é justificada pela facilidade em distinguir a cor amarela das restantes cores ao separar a componente cromática Cb (crominância azul) das componentes Cr (crominância vermelha) e Y' (luminosidade). Este espaço é também menos sensível ás variações de luminosidade, tornando mais robusta a detecção das características a evidenciar.A camara é colocada directamente acima do helicóptero de modo a detectar ambos os cículos. O esquema de montagem está representado na figura I.9. A altura desde a base de apoio do helicóptero e a objectiva da camara é de 164 cm.

A diferença de area entre os círculos permite distingui-los e assim se obtem uma medida da orientação do helicóptero, através da posição relativa de ambos os cículos. As coordenadas x e y podem ser determinadas calculando o centroide do círculo maior, e a coordenada z tem uma relação directa com a área dos círculos.

A figura I.11 representa a imagem observada pela camara num dado momento. O referêncial das coordenadas x, y e z da imagem encontra-se também representado, assim como as possíveis orientações do helicóptero, que dependem apenas da localização do círculo amarelo da cauda relativamente ao círculo maior.

Após ser feito um tratamento de imagem semelhante ao explicado na secção I.1.1., usando um valor de *threshlod* fixo, obtem-se as características a evidenciar, que neste caso são os dois círculos. Usando o bloco *Blob analysis* do *Simulink* recolhe-se a informação necessária para a detecção de pose do helicóptero.

A figura I.12 apresenta respectivamente, da esquerda para a direita, a componente cromática azul da imagem, a resultante da binarização da imagem anterior usando o método do *threshold*, e por último a representação da imagem original em tons de cinza com marcadores que indicam a detecção dos círculos.

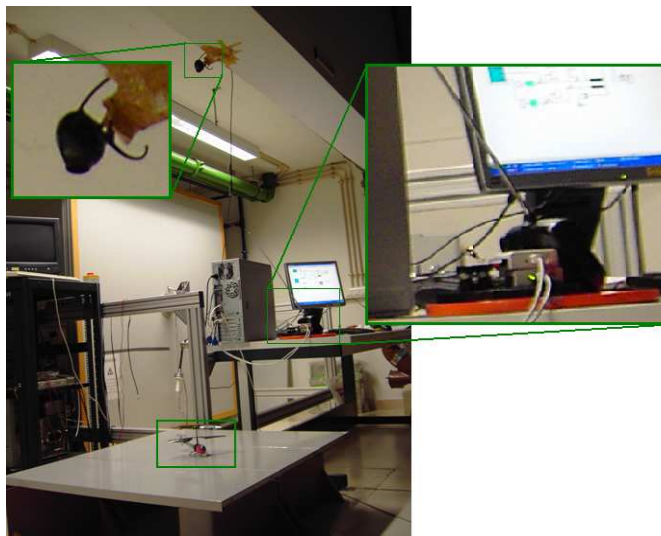



Figura I.10 Espaço de trabalho: camara, placas NI , transmissor e helicóptero

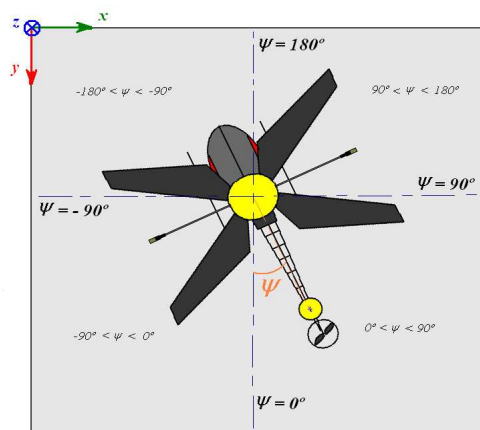



Figura I.11 Esquema da pose do helicóptero observada pela câmara

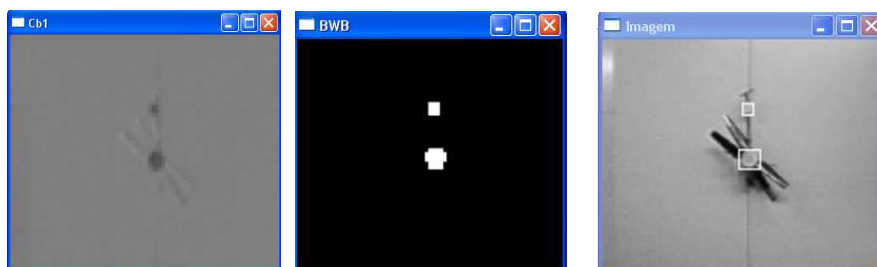



Figura I.12 Imagens relativas ao tratamento de imagem para detecção dos círculos

Para as referidas alterações em relação à primeira abordagem, o bloco *Controlo auto* foi alterado seguinte forma.

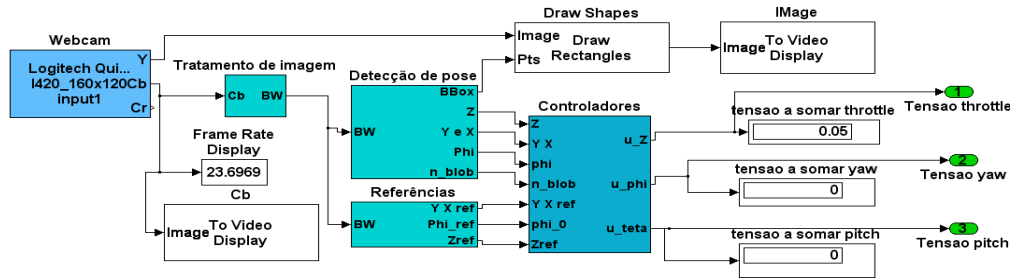



Figura I.13 Bloco *Controlo auto*

A detecção da posição do helicóptero é então efectuada no bloco *Detecção de pose*. A figura I.14 mostra o interior deste bloco.

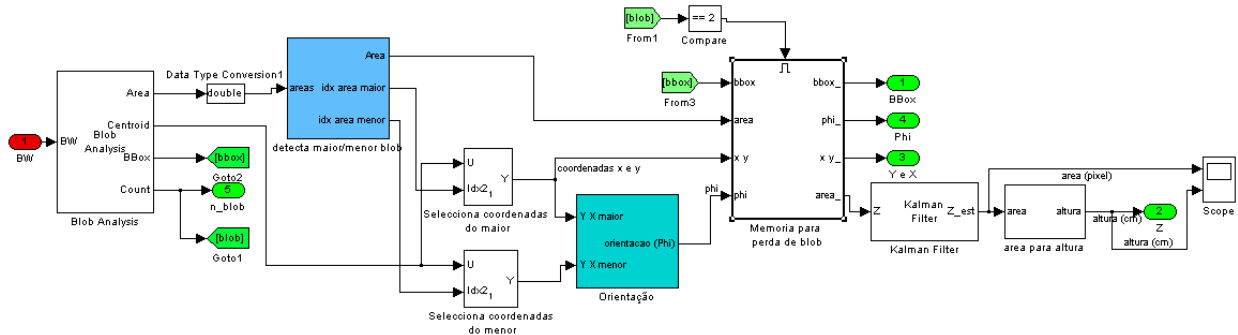



Figura I.14 Bloco *Detecção de pose*

Neste bloco a imagem é tratada de forma a identificar os dois blobs correspondentes aos círculos e a partir destes se obtem as coordenadas x e y em pixeis da imagem, o ângulo de orientação em graus, e a altura em centímetros referente à base de apoio. A altura é calculada a partir da área que o blob correspondente ao círculo maior ocupa na imagem. Através de uma relação entre alturas medidas experimentalmente e a correspondente área em pixeis da imagem determinou-se uma função que traduz a altura do helicóptero em função da área do blob. Com auxilio do Excel® calculou-se a função seguinte:

$$Z = h_m - 2824{,}2 \cdot a^{-0{,}5966}, \qquad h_m = 164 \ \ cm \tag{I.4.}$$

em que Z representa a altura, em centímetros, do helicóptero em relação à base, h_m corresponde à altura entre a objectiva da camâra e a base, e a é a area do blob em pixeis. Os dados utilizados para determinar esta função estão representados na tabela I.1. A área utilizada corresponde a uma média de várias medições para uma dada altura medida experimentalmente.

area media	Z experimental
118,2	0
130,44	8
139,36	15,5
163,26	28
172,34	34
197,42	44,5
252,14	60
283,64	68
316,93	73
456,7	90

Tabela I.1 - Dados para determinação da relação entre a área do blob e a altura

Uma vez chegado a este ponto foram realizadas algumas tentativas de controlo de orientação e altura, afinando os parametros dos controladores PID por experimentação. No entanto, não foi possivel chegar a resultados conclusivos devido a vários problemas:

- falta de estabilidade do helicóptero torna impossível recolher dados para identificação com vista a projectar controladores.

- estado físico do helicóptero bastante comprometido, nomeadamente a bateria gastar-se rapidamente;

- tensões de funcionamento variam bastante;

- ruído na imagem, inteferencias do ambiente, como deslocamentos de ar, e o pequeno espaço de trabalho do helicóptero.